

Determinación del límite de rotura de un cable por Método de los Elementos Finitos.

F. Aguilar Parés, J. García de la Figal Costales.

Departamento de Mecánica Aplicada. Facultad de Ingeniería Mecánica
 Instituto Superior Politécnico *José Antonio Echeverría*.
 Calle 114 esq. 127, Marianao 15, Ciudad de la Habana, Cuba
 Teléfono: (537) 266 3613
 E – mail: aguilar@mecanica.cujae.edu.cu ; jgarcia@mecanica.cujae.edu.cu

(Recibido el 21 de noviembre de 2006; aceptado el 14 de septiembre de 2007)

Resumen

En ocasiones, se desconocen las características originales de un cable de acero. En estos casos, generalmente se estima el límite de rotura de un cable a partir del límite de rotura de un alambre del cable. En el presente trabajo, se propone emplear un método para estimar el límite de rotura del cable en base al modelado del cordón mediante elementos finitos. En el contenido se explica detalladamente el procedimiento y es ejemplificado. El procedimiento es iniciado con el dibujo del cable en un programa de diseño gráfico paramétrico y posteriormente se describen las características generales del modelado con un programa especializado en el Método de Elementos Finitos. En el análisis se incluye la influencia del contacto entre los alambres que forman el cordón. Por último, se comparan los resultados obtenidos para el límite de rotura del cable con los datos declarados por el fabricante. Con este procedimiento fueron obtenidos valores mediante modelado del cable con diferencias entre el 11% al 2,5% en relación al límite de rotura declarado por los fabricantes. Las diferencias fueron evidenciadas en dependencia de la calidad del mallado empleado.

Palabras claves: Cables de acero, elementos finitos, carga límite de rotura.

1. Introducción.

Ocasionalmente, en la práctica de la ingeniería se requiere conocer el límite de rotura de un cable de acero y se desconoce su procedencia o no se dispone de la información técnica necesaria.

En la bibliografía especializada se brindan métodos para estimar el límite de rotura de un cable de acero. A continuación se describen dos de ellos.

Uno de los métodos es referido por Norma ISO [1] y propone la siguiente expresión empírica para estimar la fuerza de rotura del cable.

$$[F_{rot}]_{est} = \frac{K' \cdot d^2 \cdot \sigma}{1000} \quad (\text{kN}) \quad (1)$$

Donde:

$[F_{rot}]_{est}$: Fuerza estimada de rotura del cable (kN)

d: Diámetro del cable (mm)

σ : Esfuerzo límite de rotura del alambre (N/mm²)

K': Coeficiente que considera la estructura y tipo de alma del cable.

En este método es necesario conocer la estructura y diámetro del cable, así como el límite de rotura de los

alambres que lo componen. Por ejemplo, si la estructura del cable es 6x19 y tiene alma orgánica, el valor de K' es 0,33.

Aplicando la ecuación (1) a un cable TK 6x19 (1+6+12)+ao, según norma GOST [2], con diámetro de cable de 14,5 mm, para alambres con límite de rotura de 1765,8 N/mm², se obtiene:

$$[F_{rot}]_{est} = \frac{0,33 \cdot (14,5)^2 \cdot 1765,8}{1000} = 122,529 \quad (\text{kN})$$

El anterior cable, según es reportado en catálogo de fabricante, garantiza su trabajo hasta una fuerza de rotura del cable $[F_{rot}]_{cat} = 105,948$ kN.

El resultado de la fuerza límite estimada es 13,53 % superior al que brinda el catálogo. Este resultado muestra que la fuerza de rotura estimada no está del lado de la seguridad.

Por el hecho de estar comparando el valor de K' propuesto por norma ISO, a cables regidos por norma GOST, se decidió calcular el coeficiente K' para diferentes diámetros de cable y límites de rotura, reflejados en [2]. Las Tablas 1 y 2 muestran los resultados del cálculo, con empleo de la ecuación (1).

Tabla 1. Variación de K' para $\sigma = 1765,8$ (N/mm²).

d (mm)	F_{rot} (kN)	K'
13,0	83,974	0,281
14,5	105,948	0,285
16,0	131,454	0,291
17,5	158,432	0,293

Tabla 2. Variación de K' para $d = 14,5$ mm

σ (N/mm ²)	F_{rot} (kN)	K'
1373,4	85,053	0,2945
1569,6	97,119	0,2942
1765,8	105,948	0,285
1962,0	115,758	0,281

Según los resultados reflejados en las Tablas 1 y 2 puede observarse que K' no tiene un valor constante. El coeficiente K' aumentará en la medida que aumenta el diámetro del cable para un valor del esfuerzo de rotura del alambre constante, sin embargo disminuirá si el esfuerzo de rotura aumenta para un diámetro de cable constante. Parece ser que el coeficiente K' no sólo depende de la estructura y alma del cable, sino además del diámetro del cable y del límite de rotura del alambre.

El segundo método para estimar la fuerza de rotura de un cable de acero es referido por Norma DIN [3]. En este caso, la carga de rotura del cable puede ser inferior a la carga de rotura estimada (calculada) hasta en un 20 % para cables de 6 cordones. En este método también se necesita conocer la estructura del cable y el límite de rotura de un alambre, pero a diferencia del anterior método según Norma ISO, se hace referencia a la carga límite por rotura calculada como el producto del esfuerzo límite de rotura de un alambre por el área de la sección de todos los alambres del cable. La ecuación (2) muestra el planteamiento matemático del cálculo.

$$[F_{rot}]_{est} = \frac{0,8 \cdot \sigma \cdot A}{1000} \quad (\text{kN}) \quad (2)$$

Aplicando la ecuación (2) a un cable TK 6x19 (1+6+12) + ao, según norma GOST [2], con diámetro de 14,5 mm, alambres con límite de rotura de 1765,8 N/mm² y un área de la sección metálica de 72,96 mm², se obtiene:

$$[F_{rot}]_{est} = \frac{0,8 \cdot 1765,8 \cdot 72,96}{1000} = 103,066 \quad (\text{kN})$$

El resultado anterior representa un 2,72 % inferior al valor reportado en catálogo de fabricante ($[F_{rot}]_{cat} = 105,948$ kN). Este resultado indica que la fuerza de rotura estimada está del lado de la seguridad.

Los análisis anteriormente expuestos fueron la premisa para desarrollar un modelo por el MEF para una estimación más efectiva del límite de rotura de un cable de acero.

2. Realización del dibujo.

En un programa de diseño gráfico paramétrico se dibujó un cordón, compuesto por un alambre central de diámetro 0,96 mm y 18 alambres dispuestos en dos capas con diámetros de 0,9 mm. Los valores de los diámetros de los alambres del cable TK 6x19 (1+6+12) + ao fueron obtenidos por Norma DIN 680. El dibujo del cordón se muestra en la Fig.1.

Del cable se dibujó una longitud de 100 mm. La capa exterior de alambres cruza la capa de alambres interiores para lograr un contacto puntual, como plantea la especificación TK.

Hubiera sido interesante dibujar el cable totalmente, pero no se encontraron las herramientas para desarrollar los cordones helicoidalmente alrededor del alma.



Figura 1 – Dibujo del cordón del cable TK 6x19.

El dibujo anterior fue exportado a un programa especializado en el Método de Elementos Finitos para analizar un segmento de 12 mm de la parte intermedia del cordón. A su vez, el cordón fue dividido en dos conjuntos de volúmenes, uno con una extensión de 10 mm y otro con 2 mm.

Las áreas extremas del conjunto de volúmenes de 10 mm se consideraron empotradas. Las áreas laterales del conjunto de volúmenes de 2 mm se consideraron con posibilidad de desplazamiento único en la dirección de aplicación de la carga externa. En la Fig. 2, se muestra el segmento de cordón que posteriormente fue mallado.

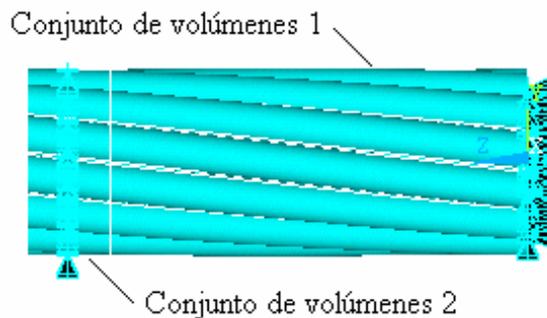


Figura 2 - Modelo del segmento del cordón con los grados de libertad restringidos.

3. Análisis de las fuerzas aplicadas.

Si se parte del supuesto que una fuerza aplicada al cable se distribuye proporcionalmente al área de los alambres que lo componen, se puede plantear, en términos de presión aplicada al área del cable, la siguiente expresión.

$$p = \frac{F}{A} \quad (3)$$

Donde:

- F : Fuerza aplicada al cable en (N)
 A : Área transversal metálica del cable (mm²)
 p : Presión aplicada al cable (N/mm²)

Como el cordón está compuesto por un alambre central de diámetro d_1 y formando las capas con 18 alambres de diámetro d_2 , el área del cordón A_c puede ser calculada como:

$$A_c = A_1 + 18 \cdot A_2 = \frac{\pi \cdot d_1^2}{4} + \frac{\pi \cdot d_2^2}{4} \quad (4)$$

Donde A_1 y A_2 , representan respectivamente las áreas del alambre central y de un alambre de capa. Si el cable tiene 6 cordones, es evidente que el área transversal metálica del cable es:

$$A = 6 \cdot A_c \quad (5)$$

Haciendo las sustituciones pertinentes de las ecuaciones (4) y (5) en la ecuación (3), se obtiene la ecuación (6) para evaluar la fuerza aplicada al cable.

$$F = p \cdot A = 6 \cdot p \cdot A_c = 6 \cdot p \cdot A_1 + 108 \cdot p \cdot A_2 \quad (6)$$

Por otro lado, si se definen las fuerzas aplicadas al alambre central y alambre de una capa por F_1 y F_2 respectivamente, como:

$$F_1 = p \cdot A_1 \quad (7)$$

$$F_2 = p \cdot A_2 \quad (8)$$

Así, sustituyendo las relaciones (7) y (8) en la ecuación (6), queda:

$$F = 6 \cdot F_1 + 108 \cdot F_2 \quad (9)$$

Nótese que del análisis anterior, se deduce que:

$$p = \frac{F}{A} = \frac{F_c}{A_c} = \frac{F_2}{A_2} = \frac{F_1}{A_1} \quad (10)$$

De donde se comprende que aplicando una misma presión en cada área, se obtienen fuerzas diferentes en dependencia del valor del área.

La cuestión radica en determinar que valor de presión p , o en otras palabras que fuerza aplicada a cada alambre, producirá un valor conocido de esfuerzo de rotura σ_{rot} .

El procedimiento para aplicar las cargas en el modelo estuvo basado en asumir un valor de presión $p = p_o$, el cual producirá un esfuerzo σ_o que puede ser mayor o menor que el esfuerzo de rotura σ_{rot} .

Por otro lado, para un modelo dado, los valores obtenidos de esfuerzos σ variarán proporcionalmente a los valores de presión p asignados. Luego:

$$p_{rot} = p_o \cdot \frac{\sigma_{rot}}{\sigma_o} \quad (11)$$

El valor inicial p_o de la presión aplicada se hizo coincidir con el límite de rotura del alambre σ_{rot} de manera que siempre se obtuvo una relación $\sigma_o > \sigma_{rot}$, por lo que según la ecuación (11), entonces $p_{rot} < p_o$.

Para la condición $p = p_o = \sigma_{rot}$ y según la ecuación (10), la fuerza de rotura del conjunto de alambres sin enrollar de un cable será mayor que la fuerza de rotura del cable con los alambres enrollados, resultando la condición $p = p_{rot} < p_o$ que coincide con la información que declaran los fabricantes de cables de acero en los catálogos técnicos. La cuestión ahora es modelar el cable y hallar p_{rot} .

4. Condiciones iniciales del modelo.

El elemento finito utilizado para el mallado fue seleccionado bajo la condición de que sea adecuado para desarrollar figuras complejas espaciales y pudiera soportar elementos de contacto.

En el modelo, los alambres están enrollados de forma helicoidal por lo que al someterlos a un esfuerzo de tracción se comprimen y deslizan entre ellos generando esfuerzos de contacto.

Los elementos finitos para modelar el contacto fueron colocados en todos los pares de alambres en contacto. El alambre central recibió el contacto de los alambres de la primera capa, mientras que los alambres de la primera capa recibieron el contacto de los alambres de la segunda capa.

En todos los casos, la relación entre los alambres se consideró sin penetración, con un coeficiente de fricción entre alambres de 0,3 y se escogió un coeficiente de penalidad de 0,1. Además, las condiciones impuestas a la solución fueron las siguientes:

- Pequeños desplazamientos.
- Tiempo al final del paso de carga: 100
- Control automático del paso del tiempo.
- Número de subpasos: 100
- Número máximo de subpasos: 10000
- Número mínimo de subpasos: 10

El mallado fue del tipo inteligente con forma de tetraedro y aplicado a volúmenes. Durante el estudio, en el modelo por elementos finitos fue variada la calidad del mallado para analizar su influencia en los resultados.

5. Análisis de los resultados.

La presión inicial p_o aplicada a cada sección de alambre fue de 1765,8 N/mm². La solución del modelo se hizo para tres calidades: 10, 9 y 8.

La Fig.3 muestra la solución nodal de los esfuerzos en el modelo del cordón para una calidad del mallado igual a 10 y según el criterio de resistencia *Von Mises*.

Se pudo observar que inconvenientemente los esfuerzos máximos se localizaban en la zona extrema derecha coincidiendo con el empotramiento y además no se reflejaban los esfuerzos de los alambres interiores del cordón. Por ambas razones, se analizaron tres trazas circulares, definidas como P₁, P₂ y P₃, situadas a la mitad entre la zona de aplicación de las cargas y la zona de empotramiento. Los radios de las trazas circulares fueron: $r_1 = 0,48mm$, $r_2 = 1,38mm$ y $r_3 = 2,28mm$, que coinciden respectivamente con los radios del alambre central, la primera capa y la segunda capa de alambres, o sea:

$$R_1 = d_1/2 = 0,96/2 = 0,48 \text{ mm}$$

$$R_2 = (d_1 + 2d_2)/2 = (0,96 + 2 \cdot 0,9)/2 = 1,38 \text{ mm}$$

$$R_3 = (d_1 + 4 \cdot d_2)/2 = (0,96 + 4 \cdot 0,9)/2 = 2,28 \text{ mm}$$

Los valores de los esfuerzos y su distribución en los perímetros de las trazas, se muestran respectivamente en las Figs. 4, 5 y 6.

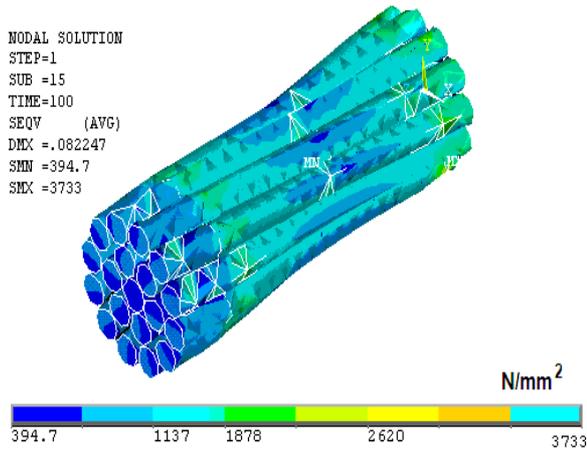


Figura 3 - Solución nodal de los esfuerzos.

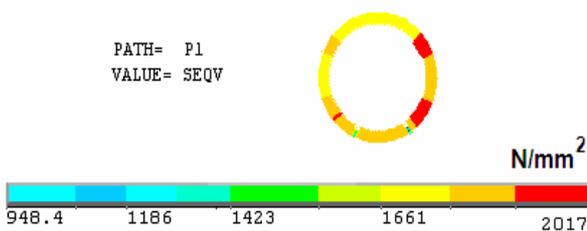


Figura 4 - Esfuerzos en el perímetro de la traza P₁.

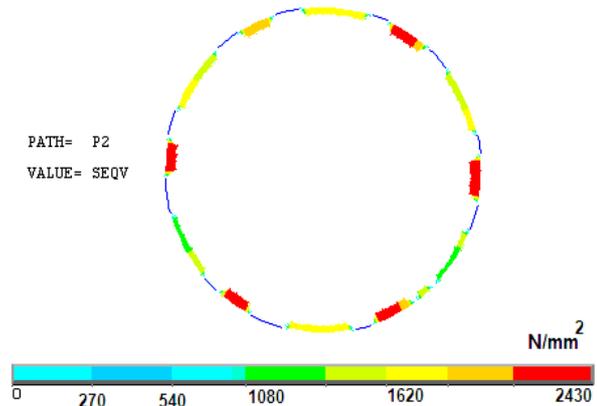


Figura 5 - Esfuerzos en el perímetro de la traza P₂

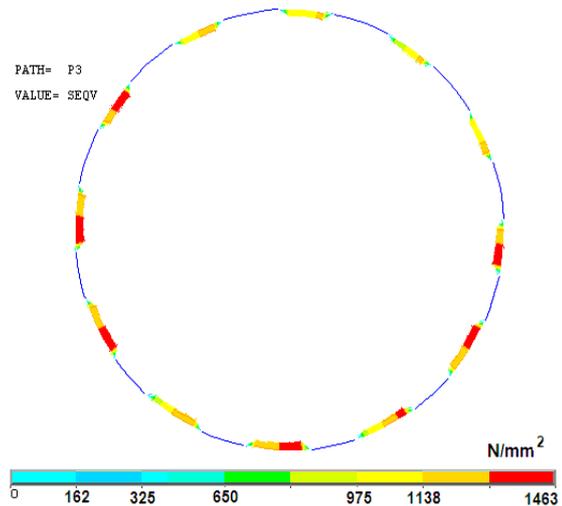


Figura 6 - Esfuerzos en el perímetro de la traza P₃.

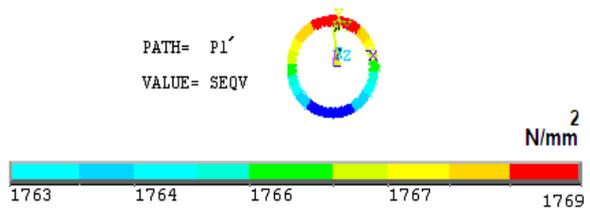


Figura 7 - Esfuerzos en el perímetro de la traza P₁' de un alambre central traccionado pero sin la influencia del resto de los alambres.

Nótese que los mayores esfuerzos ocurren en el perímetro de la traza P_2 . Al mayor esfuerzo obtenido en la traza P_2 , se le denominó σ_o y es el resultado de la aplicación de la presión externa $p_o = 1765,8 \text{ N/mm}^2$. En la Tabla 3 se muestran los valores de σ_o en función de la calidad del mallado.

Tabla 3. Valores de σ_o .

Calidad del mallado	p_o [N/mm ²]	σ_o en P_2 [N/mm ²]
10	1765,8	2430
9	1765,8	2232
8	1765,8	2203

Los resultados mostrados en las Figs. 4, 5 y 6 son lógicos. Por ejemplo, comparando los resultados mostrados en las Figs. 5 y 7 se observa que:

- En la traza P_1' la distribución de esfuerzos es casi uniforme con valores entre 1763 a 1769 N/mm² y su valor es similar al esperado por el método tradicional, o sea, para un alambre traccionado con una presión externa de 1765,8 N/mm². Sin embargo en la traza P_1 , los esfuerzos mayores están en las zonas en que los alambres de la primera capa hacen contacto con el alambre central.
- Además, para una misma fuerza externa de tracción aplicada que genera una presión de 1765,8 N/mm², el esfuerzo máximo de la traza P_1 (2017 N/mm²) supera el esfuerzo de la traza P_1' (1769 N/mm²), reflejando la influencia del contacto que ejercen el resto de los alambres de las capas sobre el alambre central del cordón.

Por otro lado, los esfuerzos de la traza P_2 son superiores a los de la traza P_1 , pues además del esfuerzo tractivo y el esfuerzo de contacto, producido por los alambres de la segunda capa, también están presentes los esfuerzos de flexión y de torsión debido al enrollamiento en espiral que tienen los alambres de la primera capa alrededor del alambre central.

Con los valores de σ_o declarados en la Tabla 3 y aplicando la ecuación (11) se determinó el valor de p_{rot} para realizar una nuevo modelado, comprobándose que el valor mayor se hallaba en la traza P_2 y coincidía con el esfuerzo límite de rotura del alambre de $\sigma_{rot} = 1765,8 \text{ N/mm}^2$.

Con el valor de p_{rot} y mediante la ecuación (10) fue calculada la fuerza de rotura del cable. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 4.

En el gráfico de la Fig. 8, se muestra la relación entre la fuerza de rotura F_{rot} , y los tiempos de duración en la ejecución del modelo por elementos finitos según las calidades de mallado analizadas en dependencia de la cantidad de elementos finitos considerados en el análisis.

Tabla 4. Influencia de la calidad del mallado.

	Cantidad de elementos finitos empleados en el mallado		
	11992	21350	62582
p_{rot} [N/mm ²]	1283	1397	1415
F_{rot} [N]	93608	101925	103276
Duración del modelado [h]	2,5	10	64

Nótese que en la medida que aumenta la calidad del mallado, reflejado en una mayor duración de la solución del modelo, el valor de la fuerza de rotura se acerca asintóticamente al valor de la fuerza de rotura declarado por el fabricante (según catálogo $F_{rot,cat} = 105948 \text{ N}$).

En la Fig.8 se muestra el comportamiento de la fuerza de rotura estimada por modelo de elementos finitos del cable de acero analizado. Los valores que aparecen a la derecha de la Fig. 8 representan el % de diferencia entre la fuerza de rotura estimada y la declarada por el fabricante en dependencia de la calidad de mallado.

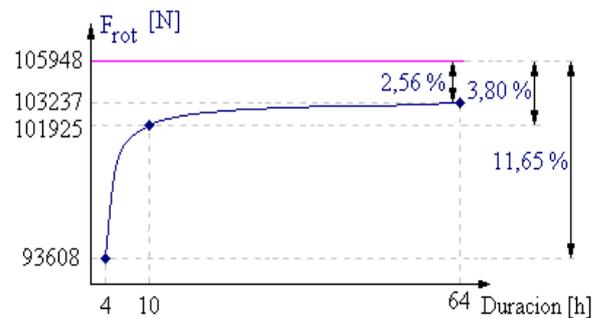


Figura 8 - Comportamiento del valor de la fuerza de rotura estimada F_{rot} en dependencia la calidad del mallado y cuantificado por las horas de duración del proceso de modelado.

6. Conclusiones.

De acuerdo a los resultados obtenidos, se puede plantear que:

- Con empleo del método de los elementos finitos puede ser estimado el límite de rotura de un cable de acero con más seguridad que el planteado por el método descrito en [1].
- La exactitud de los resultados depende de la calidad del mallado, pero con una calidad de mallado igual a 9 se obtienen resultados satisfactorios en un periodo de tiempo relativamente corto.
- Según los resultados obtenidos, la influencia del enrollado helicoidal de los cordones, alrededor del alma, no tiene una importante significación en la resistencia a la rotura del cable.

7. Referencias.

1. ISO Standard 2408 – 85. *Steel wire ropes for general purposes*. 1985.
2. Norma GOST 3070 – 74. *Características constructivas de cables* (en ruso). 1974.
3. Norma DIN 680. *Cargas de roturas de cables* (en inglés). 1998.
4. Anuriev, V. I. *Manual del constructor de maquinaria*. Editorial Mir, Moscú, 1991.

Determination of resistance load on steel wire rope by Finite Elements Method.

Abstract:

In occasions, the original characteristics of steel wire rope are unknown. In these cases, could be estimated the resistance of the wire rope knowing the wire resistance. In this proposal method for estimating the resistance load of steel wire the cord of the wire rope is modelling using finite elements. Procedure is explained and a sample with a selected wire rope is presented. It is started with the drawing of the wire rope by professional software. General characteristics of the modelling are described with FEM software. In the analysis, the contact influence in the wires of the cord is included. Lastly, the obtained results of the resistance loads of steel wire rope are compared with data on steel wire rope catalogue. Differences are obtained from 11% to 2.5% depending on the used mesh quality.

Key words: Steel wire rope, finite elements, resistance load.



SESIONES DE MECATRÓNICA Y LOS SISTEMAS DE DISEÑO Y DE FABRICACIÓN AVANZADOS

Para enviar resúmenes o solicitar información adicional

Comité Organizador CCIM'2008
Instituto Superior Politécnico *José Antonio Echeverría*
Facultad de Ingeniería Mecánica
Calle 127 s/n, CUJAE, Marianao 15, Ciudad de La Habana, Cuba
Visite el sitio WEB: <http://www.cujae.edu.cu/mecanica/CCIM-2008>
O contactar al Comité Organizador en: ccim@mecanica.cujae.edu.cu