Generación automática de variantes de trayectorias aplicada al diseño óptimo bajo criterios múltiples de redes hidráulicas de abasto.

J. R. Hechavarría Hernández*, J. Arzola Ruiz, E. Escofet Batista*, L. Rodríguez Gil*.**
*Universidad de Holguín "Oscar Lucero Moya" (UHo),
**Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría" (ISPJAE). La Habana, Cuba, CP 19 390.
E-mail: jrhhcuba@cadcam.uho.edu.cu

(Recibido el 22 de enero del 2007, aceptado el 18 de marzo del 2007)

Resumen

La determinación de las trayectorias más eficientes que deben tener las redes, instalaciones o vías de transporte es un problema que motiva a muchos investigadores de diversas ingenierías: informática, civil, mecánica, hidráulica, etc., cuyas soluciones requieren ser realizadas sobre la base de la elevada integración de la información durante el proceso de análisis y estudio de la tarea, de la aplicación de los métodos modernos de preparación y toma de decisiones, así como la organización racional de los procedimientos de cálculo de ingeniería. Para definir el trazado de trayectorias en los proyectos de ingeniería se tienen en cuenta determinadas condiciones propias del entorno. Estas trayectorias, pese a su diferente designación, pueden coincidir en determinadas zonas y compartir espacios limitados. Por esta razón, un sistema para la generación automática de variantes de trayectorias deberá considerar las limitaciones del espacio disponible al establecer el tipo y dimensiones límites. En el artículo se presenta un procedimiento que apoyado en un sistema informático permite obtener de manera automática variantes de trayectorias cerradas las cuales dependiendo de su destino de servicio serán optimizadas bajo criterios de eficiencias.

Palabras claves: Sistema CAD, Generación trayectorias, red hidráulica, diseño óptimo.

1. Introducción.

La distribución en planta y dimensionamiento de trayectorias es uno de los problemas que ha despertado gran interés en la ingeniería debido a la relación directa que tiene con aspectos tan importantes como obtener la energía necesaria para trasladar un determinado producto, pérdidas energéticas por circulación de fluidos o gasto en combustibles en el caso de la utilización de vías de transporte, por citar algunos ejemplos. Con ello, está relacionado de igual manera el costo necesario para garantizar estas actividades.

La generación numérica de mallas juega un papel fundamental en cualquier problema computacional en el cual se desea conocer la geometría de una región. La investigación sobre la generación de mallas consiste en la elaboración de algoritmos que generen de manera automática la malla, donde el esfuerzo necesario por parte del usuario sea reducido al mínimo.

En la Geometría Computacional obtener la mejor triangulación de la nube de puntos significa que se consideren todos los segmentos posibles entre puntos. La selección adecuada da como resultado un conjunto de triángulos óptimos, entendiendo por tales, aquellos que tienen los ángulos más abiertos posible. Uno de los métodos más utilizados para realizar la triangulación es el método de Delaunay.

A la formulación matemática de cualquier tarea de diseño de ingeniería, así como a la concepción del sistema correspondiente para el diseño de artículos, equipos, instalaciones, etc., antecede el análisis de la tarea de toma de decisiones asociadas. Este análisis consta de dos partes interrelacionadas: el análisis externo, el que consiste en una clasificación de la información involucrada y el análisis interno, el que consiste en el conjunto de trabajos de modelación matemática y organización racional de los procedimientos de cálculo de los indicadores de eficiencia del diseño, generación de imágenes, gráficos y procedimientos complementarios de simulación que permitan juzgar sobre la conveniencia subjetiva de una u otra solución.

Al analizar el sistema de mayor envergadura al que pertenece la tarea de diseño de una red mallada, es necesario conocer las coordenadas X, Y y Z de cada uno de los vértices, así como contar con toda la información necesaria que permita valorar el impacto energético, económico, social y medioambiental de la tarea.

La generación de soluciones de diseño de estas redes debe ser realizada sobre la base de la elevada integración de la información, del análisis y la síntesis de sistemas de ingeniería para la preparación y toma de decisiones bajo criterios múltiples, así como la organización racional de los procedimientos de cálculo involucrados con el objetivo de obtener un compromiso razonable entre los diferentes indicadores de eficiencia de la tarea de diseño. Por otra parte, la eficiencia de una red está determinada en grado considerable por la racionalidad del trazado elegido para la red mallada.

En la presente investigación se presenta la aplicación del método Integración de Variables con el algoritmo “Búsqueda Aleatoria del Extremo de una Función de Código Variable” al diseño óptimo bajo criterios múltiples de redes hidráulicas de abasto.

Como plataforma gráfica se utiliza el AutoCAD 2004 donde a partir de un plano de situación general se pueden visualizar determinados requerimientos que formarían parte de un sistema de mayor envergadura al que se subscribe la tarea en estudio.

2. Distribución en planta de trayectorias.

El problema de optimizar la distribución en planta de trayectorias está orientado a disminuir los costos de inversión y operación, y puede ser abordado desde dos puntos de vista bien diferentes: el primero supone una total libertad para ejecutar el trazado de la trayectoria en el espacio físico previsto, ver por ejemplo [1, 2].

En la figura 1 [3] se muestran ejemplos de distribución en planta de una red hidráulica cuando no existen restricciones sobre el trazado.

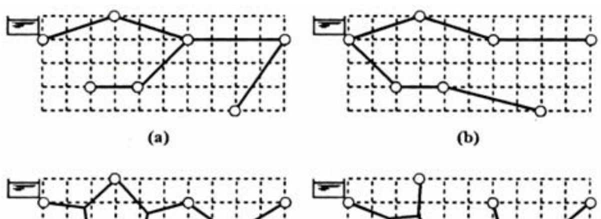

Figura 1 - Ejemplos de trayectorias en planta de una red hidráulica sin restricciones

Las redes urbanas, generalmente son dispuestas en la forma en que resulten más accesibles y operativas de modo que se distribuyen según el trazado de las calles. La figura 2 [3] representa dos ejemplos de distribución en planta con trazados restringidos.

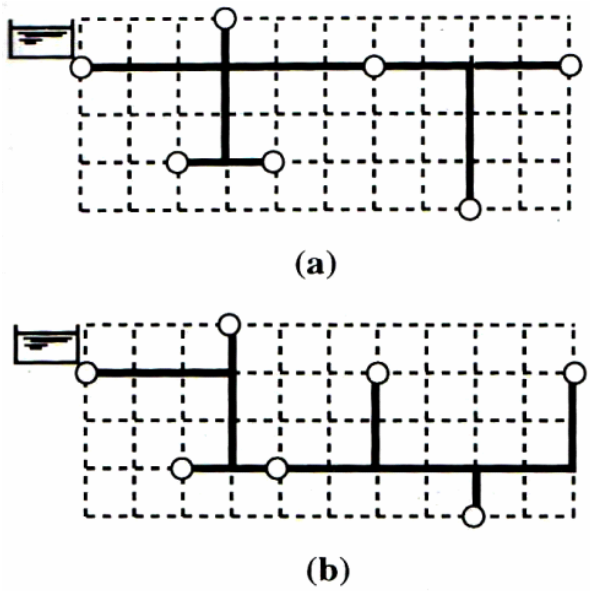

Figura 2. Ejemplos de trayectorias en planta de una red con restricciones

El segundo punto de vista consiste en la selección de posibles alternativas de trazado sobre zonas públicas y de paso. El conjunto de alternativas suele ser discreto y el problema se limita a seleccionar la alternativa más económica durante la optimización de la distribución en planta de redes urbanas de distribución. Algunos ejemplos se muestran en la literatura especializada [4,5].

3. Distribución en planta de trayectorias.

Para comprender la explicación de cómo resolver el problema de la generación automática de variantes de trayectorias es importante recordar la terminología definida en Estructura de Datos sobre Grafos:

Un Grafo G es una dupla G = (V, A) donde V es un conjunto no vacío de vértices y A es un conjunto de aristas. Cada arista es un par (v, w) donde v, w pertenecen a V. Los Grafos a su vez pueden ser clasificados como Grafo dirigido y Grafo no dirigido. Para el problema planteado analizaremos los Grafo no dirigido en el cual las aristas no están ordenadas, es decir: (v, w) = (w, v). Un vértice w es adyacente a v si y solo si (v, w) pertenece a A. El camino de un vértice w1 a wq es una secuencia w1, w2, …, wq, Є V, tal que todas las aristas (w1, w2), …, (wq-1, wq) Є A. La longitud de un camino se define por un número determinado de aristas del camino (número de nodos - 1). Se conoce como camino simple, aquel en que todos los vértices son distintos (excepto el primero y el último que pueden ser iguales) y ciclo, aquel camino en el cual el primer y último vértice son iguales. Se denomina ciclo simple si el camino es simple.

En grafos no dirigidos es necesario que las aristas sean diferentes. Dados dos vértices v, w, se dice que están conectados si existe un camino de v a w. Un grafo es conexo o conectado si existe un camino entre cualquier par de vértices. Un grafo es completo si existe una arista entre cualquier par de vértices. Para n nodos el grado de un vértice v equivale al número de aristas que inciden en él. Un grafo está etiquetado si asociamos a cada arista un peso o valor. Se define grafo con pesos al grafo etiquetado con valores numéricos. Un subgrafo o componente de G = (V, A) es un grafo G´ = (V´, A´) tal que V´ pertenece a V y A´ pertenece a A.

Representación del grafo mediante matrices de adyacencia.

El conjunto de aristas es representado mediante una matriz M [vértices, vértices] de boléanos, donde M[*v*, *w*] = 1, sí y solo si (*v, w*) pertenece a A. Si el grafo esta etiquetado, la matriz será de elementos de este tipo, por ejemplo, caracteres o enteros. Tomará un valor nulo si no existe arista. Si el grafo es no dirigido M[*v, w*] = M[*w, v*]. La matriz es simétrica.

Es importante tener en consideración que si el número de vértices es grande y hay poco conectividad (pocas aristas, en relación al máximo posible) se desperdicia memoria. Se deben conocer los tamaños aproximados que deben tener los grafos.

Representación mediante listas de adyacencia

Para cada nodo de V tendremos una lista de aristas que parten de ese vértice. Estas listas están guardadas en un arreglo de vértices cabecera. En un Grafo etiquetado se añade un nuevo campo a los elementos de la lista. Si el grafo es no dirigido entonces cada arista (*v, w*) será representada dos veces, en la lista de *v* y en la de *w*.

Recorrido sobre Grafos.

El recorrido en Grafos se desarrolla para visitar los vértices y las aristas de manera sistemática y puede efectuar de la forma siguiente:

Búsqueda primero en profundidad. Es equivalente a un recorrido en preorden de un árbol. Se elige un vértice v de partida. Se marca como visitado y se recorren los vértices no visitados adyacentes a v, usando recursivamente la búsqueda primero en profundidad.

Búsqueda primero en amplitud o anchura. Es equivalente a recorrer un árbol por niveles. Dado un vértice v, se visitan primero todos los vértices adyacentes a v, luego todos los que están a distancia 2 (y no visitados), a distancia 3, y así sucesivamente hasta recorrer todos los vértices.

Un árbol de expansión de un grafo no dirigido G = (V, A) y conexo es un subgrafo G´ = (V, A´) no dirigido, conexo y sin ciclos.

4. Procedimiento general de preparación de decisiones.

A continuación se listan los pasos generales del procedimiento:

a) Determinación del trazado de la red de mayor cantidad de ciclos.
b) Modificación de la red desarrollada con ayuda del sistema a criterio del usuario.
c) Determinación de la red mínima priorizada.
d) Generación de opciones de redes que modifican la obtenida en el paso 2 y que contienen los trazos de la red obtenida en el paso 3.
e) Generación de soluciones de diseño que resultan próximas al criterio de eficiencia del decisor.
f) Selección de aquella solución que satisface de la mejor manera el criterio completo de preferencias del decidor, con ayuda de las herramientas gráficas brindadas por el sistema para el análisis de las diferentes opciones generadas.
g) Elaboración de planos, informes y datos técnicos

a) Determinación del trazado de la red cerrada de mayor cantidad de ciclos

A partir de los vértices definidos se construye la red mallada de mayor cantidad de ciclos. Esta puede confeccionarse con ayuda de algoritmos de generación de trazado automático o establecida por el usuario auxiliado por herramientas computacionales disponibles por el sistema computacional.

El algoritmo de generación de trazado automático garantiza la conexión de todos los vértices a partir de la mayor cantidad posible de aristas de forma tal que estos no se crucen formando de esta manera una malla triangular, para ello fue aplicado el método Delaunay a redes donde su orientación espacial es similar al plano.

Triangulación de Delaunay

La triangulación de Delaunay de un conjunto de puntos tiene una teoría bien desarrollada, ver por ejemplo [6]. Esta técnica para generar triangulaciones ha sido utilizada en la búsqueda de múltiples soluciones, ver [7, 8, 9, 10, 11, 12].

El método presenta dos propiedades que son útiles en la generación de mallas:

El círculo definido por los tres puntos de cualquier triángulo, no contienen ningún otro punto del conjunto, ver figura 3.

De todas las triangulaciones en 2D la de Delaunay maximiza el ángulo mínimo de todos los elementos triangulares debido a que todo dominio cerrado en 2D se puede triangular.

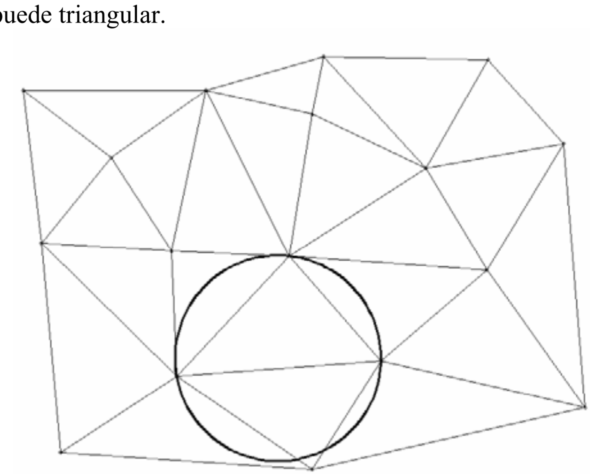

Figura 3. Esquema que muestra la fundamentación del método de Delaunay

Existen muchos algoritmos para generar una triangulación de Delaunay principalmente en 2D, ver por ejemplo [13]. Sin embargo, el más usado en la práctica, aplicado a cualquier dimensión, es el algoritmo de Bowyer-Watson [14]. Este método adiciona puntos de manera secuencial a una triangulación de Delaunay ya existente, ver figura 4. Usualmente se inicia desde una triangulación muy simple (por ejemplo, un sólo triángulo) que encierra a todo el dominio.

Procedimiento del algoritmo:

- Adicionar un punto a la triangulación
- Encontrar todos los triángulos existentes cuyo círculo contenga al nuevo punto. Primero, el triángulo que contiene al nuevo punto debe ser localizado, luego se busca en los triángulos vecinos cuáles de ellos contienen el punto anexado en su círculo
- Eliminar los triángulos que contienen al punto en su círculo, lo cual creará siempre, un polígono convexo
- Unir el nuevo punto a todos los vértices sobre la frontera del polígono

Al igual que todos los algoritmos de triangulación de Delaunay, el algoritmo de Bowywr-Watson asume que los puntos a ser triangulados ya se conocen, por lo que sólo se tiene la mitad del proceso de generación de mallas. Los puntos pueden ser pre-generados usando por ejemplo, los vértices de rejillas sobrepuestas, con algún filtrado y suavizado de la distribución de los puntos para obtener buenas triangulaciones. Sin embargo, es recomendable generar los puntos junto con la triangulación seleccionando los puntos para mejorar la calidad de los triángulos.

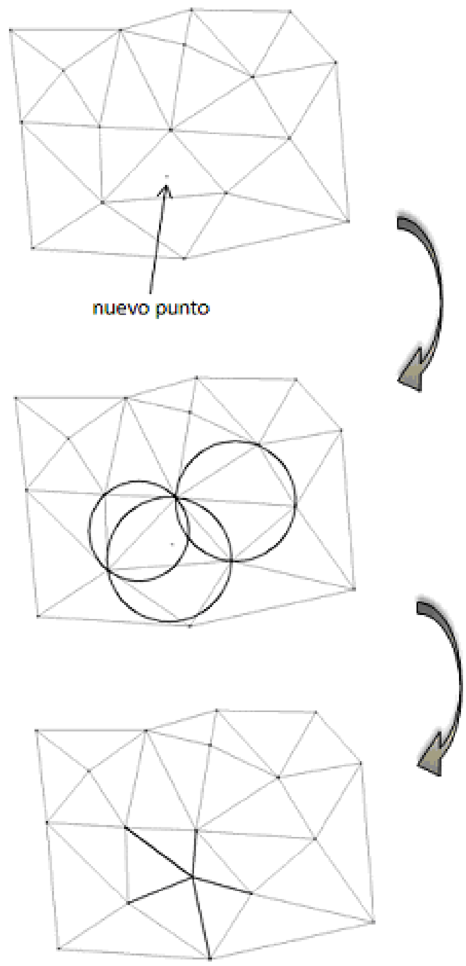

Figura 4. Secuencia de funcionamiento del algoritmo Bowyer-Watson para generar una triangulación de Delaunay.

Para mejorar la calidad de la malla triangular, un algoritmo común realiza los pasos siguientes:

- Generar una triangulación inicial de una caja que contenga todo el dominio
- Insertar los puntos de la frontera usando el algoritmo de Bowyer-Watson
- Ordenar los triángulos por su calidad, el peor primero
- Obtener el primer triángulo de la lista e insertar un nuevo punto en su círculo.
- Repetir la triangulación utilizando el algoritmo Bowyer-Watson

- Insertar los nuevos triángulos en la lista de calidad, si es que no son lo suficientemente buenos aún.

Establecida la red de mayor cantidad de circuitos queda definida la longitud de todos los tramos que forman parte de la red teniendo en cuenta las desviaciones de la ubicación de los nodos. Este valor puede ser calculado automáticamente por el sistema o introducido por el usuario en caso de realizar un esquema de la tarea sin obtener su visualización real.

b) Modificación de la red desarrollada con ayuda del sistema a criterio del usuario

Teniendo en cuenta los requerimientos establecidos en la tarea, el sistema adecuará los tramos obtenidos para evitar intersecciones con elementos preestablecidos como obstáculos. Sin embargo, el diseñador tendrá la posibilidad de eliminar, modificar o agregar cualquier tramo en la red.

c) Determinación de la red mínima priorizada

El diseñador estableció en la red de mayor cantidad de ciclos todas las posibilidades de trazado entre los vértices y a partir de esta se comenzará a eliminar aristas con el objetivo de generar variantes de trazado de redes cerradas. Sin embargo, pueden existir aristas que desde el punto de vista técnico o estratégico sea conveniente priorizar para que se mantengan durante el proceso de generación de variantes o hasta cierto punto.

Un criterio importante para obtener menos pérdidas energéticas en determinadas instalaciones o redes y menor costo por concepto de materiales es minimizar la longitud de las aristas. El sistema brinda al diseñador la posibilidad de establecer como trayectoria priorizada aquella que garantice la conexión de todos los vértices a partir del mínimo recorrido, obteniendo de esta manera una red abierta de diferente color. El diseñador puede establecer otras aristas como priorizados o modificar la red obtenida bajo este criterio.

d) Problema del árbol generador mínimo (AGM)

Un problema común en redes de comunicaciones y diseño de circuitos es aquel que pretende conectar un conjunto de vértices mediante una red de longitud total mínima. Siendo la longitud la sumatoria de las longitudes de las aristas que integran la red.

Para minimizar la longitud de la red nunca será conveniente tener un ciclo ya que se puede prescindir de una de las aristas que forman parte del ciclo sin destruir la conectividad de la red y de esta manera disminuir la longitud de la misma. El grafo en definitiva debe ser conexo, no dirigido y acíclico, es decir, debe ser un árbol [15].

Formalmente dado un grafo conexo no dirigido G = (V, E) un árbol generador es un subconjunto de aristas T $\in$ E que conectan todos los vértices sin formar ciclos. Asumiendo que cada arista (u, v) tiene asociado un costo W (u, v) se define el costo del árbol generador T como la sumatoria de las aristas que integran el árbol [16].

Una práctica muy común para encontrar árbol generador mínimo de un grafo es la utilización de algoritmos golosos si se tienen en cuenta las consideraciones siguientes [17]:

- Un árbol con n vértices tiene exactamente n - 1 aristas.
- Siempre existe un único camino entre dos vértices de un árbol.
- Agregar una arista cualquiera a un árbol crea un ciclo, eliminando cualquier arista de este ciclo se recupera el árbol.

Los algoritmos golosos permiten resolver problemas de optimización en forma extremadamente sencilla. En algunos problemas los algoritmos golosos generan una solución óptima pero en otros lamentablemente tal cosa no es posible Para que un algoritmo goloso sea óptimo deben darse dos condiciones [15]:

- Subestructura óptima: el problema debe poder dividirse en sub-problemas de forma tal que si la solución al problema es óptima la solución de los sub-problemas también deberá serlo.
- Decisión golosa: debe ser posible demostrar que existe al menos una solución óptima que comienza con la decisión golosa. Por inducción debe poder probarse que mediante una repetición de sucesivas decisiones golosas se llega a una solución óptima.

e) Implementación del Algoritmo Kruskal para determinar el árbol de expansión de costo mínimo dado un grafo ponderado no dirigido

Dado un grafo ponderado G=(V, A), el algoritmo parte de un grafo G'= (V, Ø). Cada vértice es una componente conexa en sí misma. En cada paso de ejecución se elige la arista de menor costo de A dónde:

- Si une dos vértices que pertenecen a distintas componentes conexas entonces se añade al árbol de expansión G'.
- En otro caso no se coge, ya que formaría un ciclo en G'.

El algoritmo concluye cuando G' sea conexo: cuando se obtiene n-1 aristas.

Estructura del algoritmo de Kruskal:

- Sea T de tipo Conjunto de aristas, el lugar donde se guardarán las aristas del árbol de expansión. Asignar T a Ø.
- Mientras T contenga menos de n-1 aristas hacer:
  - Elegir la arista (v, w) de A con menor costo.
  - Borrar (v, w) de A (para no volver a cogerla).
  - Si v, w están en distintos componentes conexos entonces añadir (v, w) a T. En otro caso, descartar (v, w).

En la figura 5 se muestra una representación del esquema de solución del algoritmo de Kruskal para obtener el árbol de extensión mínimo en un problema dado.

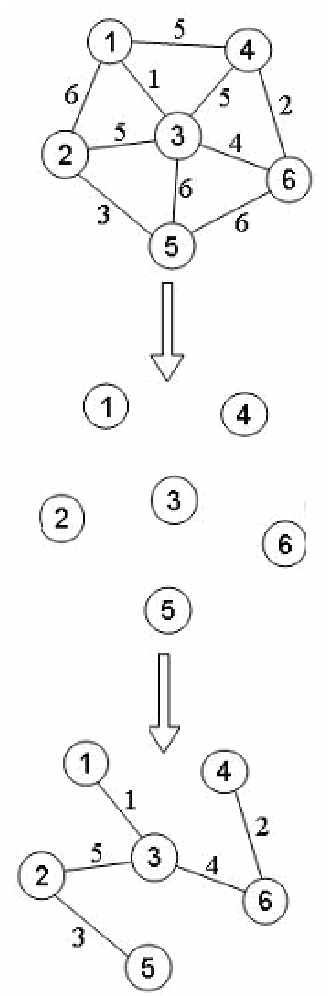

Figura 5. Ejecución del algoritmo de Kruskal para un grafo no dirigido.

- Necesidades del algoritmo:
  - Las aristas deben ser ordenadas, según el coste.
  - Se necesitan operaciones para saber si dos vértices están en la misma componente conexa y para unir componentes.
- Relación dos vértices pertenecen a una componente conexa: es una relación binaria de equivalencia ⇒ podemos usar la estructura de representación para relaciones de equivalencia (con operaciones Inicia, Encuentra y Unión).

f) Generación de variantes de trayectoria de redes malladas

A partir de la red de mayor cantidad de ciclos se analiza la posibilidad de eliminar aquellas aristas que no pertenezcan a la red priorizada de manera tal que genere el menor circuito de los posibles. Este requerimiento garantiza la obtención uniforme de los circuitos de la red mallada según perímetros, posibilidad que el diseñador puede no utilizar. Es definido a priori el requerimiento de obtener nuevos circuitos siempre y cuando su perímetro no sobrepase el mayor perímetro permisible establecido por el diseñador. Para ello se aplican los algoritmos para el recorrido de Grafos (trayectoria cerrada). De esta manera se calcula la distancia mínima desde un vértice dado hasta cualquier otro, aplicando el principio de optimalidad que plantea que si un camino es mínimo entonces todos sus subcaminos también lo son.

Se generarán variantes de redes cerradas mientras no se obtenga un vértice del grafo que su grado sea menor de 2. O sea, que la cantidad de tramos incidentes en dicho nodo sea mayor o igual a 2. Esto garantiza que se mantenga la condición de red cerrada.

g) Generación de soluciones de diseño que resultan próximas al criterio de eficiencia del decidor

Este procedimiento ha sido aplicado al diseño óptimo bajo criterios múltiples de redes hidráulicas de abasto donde por cada variante de trazado se obtienen poblaciones de soluciones al calcular la red teniendo en cuenta las posibles combinaciones de variantes de diámetros para los n tramos, en correspondencia con el Método de Integración de Variables. [21, 22]

$$\prod_{i=1}^{n} opc(i)$$

Se obtiene una cadena con tantos dígitos como tramos halla, donde cada dígito codifica el diámetro a utilizar en el tramo correspondiente.

Todas las variantes de redes generadas en las diferentes soluciones generadas en el proceso de búsqueda determinadas por el Algoritmo Búsqueda por

Exploración Aleatoria del Extremo de una Función de Código Variable [18, 19, 20].

h) Selección de la solución que satisface de la mejor manera el criterio completo de preferencias del decidor.

A partir de bondades gráficas que brinda el sistema se pueden visualizar las solución que satisfacen de la mejor manera el criterio completo de preferencias del decidor esto permiten lograr una adecuada integración entre indicadores de eficiencia formalizables y factores del tipo subjetivo.

i) Elaboración de planos, informes y datos técnicos

Luego de seleccionada la mejor variante de las analizadas se realiza el proceso de elaboración de la documentación necesaria. Esto incluye la elaboración de planos, informe de materiales y tablas de datos técnicos según los requerimientos de las normas empresariales.

4. Conclusiones.

1. La inserción de la tarea en estudio al sistema de mayor envergadura al que pertenece aporta un compromiso razonable entre los diferentes indicadores de eficiencia de la red según su destino deservicio, incluido factores del tipo subjetivo
2. Los programas para el diseño de redes cerradas, que han sido revisados, se emplean en el cálculo de una trayectoria definida sin realizar procesos de optimización sobre variantes de trayectorias.
3. La implementación de algoritmos en problemas de Grafos y la ilustración gráfica de las variantes de trayectoria facilitarán al diseñador la toma de decisiones constructivas con gastos mínimos de tiempo y con la precisión requerida.
4. Se ha logrado la adecuada integración de un conjunto de opciones de solución próximas al mejor compromiso de los indicadores de eficiencia formalizables y herramientas que faciliten al diseñador la selección de la opción definitiva.

5. Referencias.

[1] Bhave, P. R., y C. F. Lam. "Opimal Layout for Branching Distribution Networks". Journal of Transportation Engineering (ASCE) Vol.109, nº N°4 Julio (1983): 534-547.

[2] Rousset. "Tracé de réseaux dirrigation ramifies". 8va Jornadas Europoeas del ICID. Aix-en-Provence. 1971.

[3] guirre Pascual, A., y otros. "Ingeniería Hidráulica aplicada a los sistemas de distribución de agua". Vol. Vol. II. Aguas de Valencia S.A., 1996.

[4] wumah, K., S.K. Bhatt, y I.C. Goulter. "An Integer Programming Model for Layout Design of water Distribution Networks". Engineering Optimization Vol.15 (1989): pp. 57-70.

[5] Rowell, W. F., y W. Barnes. "Obtainning Layout of Water Distribution Systems". Journal of the Hydraulic Division (ASCE) Vol.108, HY1 (Enero 1982): 137-148.

[6] Chew, L. Paul. "Guaranteed-Quality Mesh Generation for Curved Surfaces" . Proceedings of the Ninth Annual Symposium on Computational Geometry, Association for Computing Machinery, Mayo, 1993: pages 274-280.

[7] Dwyer, Rex A. "A Faster Divide-and-Conquer Algorithm for Constructing Delaunay Triangulations". 1987: Algorithmica 2(2):137-151.

[8] Fortune, Steven. "Voronoï Diagrams and Delaunay Triangulations". Computing in Euclidean Geometry (Ding-Zhu Du and Frank Hwang, editors), Lecture Notes Series on Computing, 1992: volume 1, pages 193-233. World Scientific, Singapore.

[9] Guibas, Leonidas J., Donald E. Knuth, y Micha Sharir. Randomized Incremental Construction of Delaunay and Voronoï Diagrams. Algorithmica , 1992: 7(4):381-413.

[10] Lee, D. T., y B. J. Schachter. "Two Algorithms for Constructing a Delaunay Triangulation". International Journal of Computer and Information Sciences, 1980: 9(3):219-242.

[11] Mücke, Ernst P., Isaac Saias, y Binhai Zhu. "Fast Randomized Point Location Without Preprocessing in Two- and Three-dimensional Delaunay Triangulations". Proceedings of the Twelfth Annual Symposium on Computational Geometry., 1996: Association for Computing Machinery, May .

[12] Ruppert, Jim. "A Delaunay Refinement Algorithm for Quality 2-Dimensional Mesh Generation". Journal of Algorithms , 1995: 18(3):548-585, May.

[13] Bern, Marshall, y David Eppstein. "Mesh Generation and Optimal Triangulation". Computing in Euclidean Geometry (Ding-Zhu Du and Frank Hwang, editors), Lecture Notes Series on Computing. , 1992: volume 1, pages 23-90, World Scientific, Singapore.

Diestel, Reinhard (2000): Graph Theory, Electronic Edition, New York, USA

[14] Su, Peter, y Scot Robert L. Drysdale. "A Comparison of Sequential Delaunay Triangulation Algorithms". Proceedings of the Eleventh Annual Symposium on Computational Geometry, 1995: pages 61-70. Association for Computing Machinery, June.

[15] Sedgewick, Robert. Algorithms in Java, Third Edition, Part 5: Graph Algorithms. ISBN: 0-201-36121-3, July 15,. Addison Wesley, 2003.

[16] Mateos, García. Estructura de Datos. http://dis.um.es/~ginesgm/aaed.html. España, 2002.
[17] Aho, Alfred V., y otros. Data Structures and Algorithms. http://www.ourstillwaters.org/stillwaters/csteaching/DataStructuresAndAlgorithms/toc.htm , 2001
[18] Arzola, R. J. "Búsqueda Aleatoria del Extremo de una Función de un Código Variable". Proceeding de la XII Conferencia Latino Ibero Americana de Investigación de Operaciones. La Habana. Cuba, 2004.
[19] Arzola, R. J., y R. E. Simeón. "Random exploration of the extremes of a function of a variable code: an application of the integration of variables method". Memorias del I SELASI, Trujillo, Perú, 2005.
[20] Hechavarría, H. JR, y otros. "Optimal, under Multiple Criteria, Design of Aqueduct Nets", III European-Latin-American Workshop on Engineering Systems, III Seminario Latinoamericano de Sistemas de Ingeniería SELASI, Chile, Mayo, 2007.
[21] Arzola, R. J., R. E. Simeón, y A., Maceo. "El Método de Integración de Variables: una generalización de los Algoritmos Genéticos". Proceeding del Intensive Workshop: Optimal Design of Materials and Structures, París, Francia, 2003.
[22] Arzola, R. J. "Sistemas de Ingeniería" Editorial Félix Varela. La Habana. Cuba, 2000.

Automatic generation of trajectory variants applied to the optimal design of water supply system under multiple criteria.

Abstract:

Determining the most efficient trajectories of networks, installations or transportation roads is a problem to a lot of investigators of different fields: Computer Science, Civil Engineering, Mechanical Engineering, Hydraulics, etc. Solutions should be carried out taking into account a high integration of information in the analysis and study process of the task, the application of the modern methods of preparation and decision making, as well as the rational organization of the procedures of engineering calculation. Several conditions regarding the surroundings are taken into account in engineering projects while defining the layout of trajectories. These trajectories, in spite of their different designations, can coincide at certain parts and share limited spaces. For this reason, any system for the automatic generation of possible trajectories should consider space limitations when establishing the type and dimensions. This paper shows a procedure that, aided by a computer system, allows to immediately get closed trajectory possibilities which, depending on the network's application, will be optimized under efficiency criteria.

Key words: CAD system, Generation trajectory.