

Análisis del coeficiente de carga dinámica interna en engranajes cilíndricos según ISO 6336-1.

G. González Rey, M. E. García Domínguez.

Departamento de Mecánica Aplicada. Facultad de Ingeniería Mecánica
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría.
Calle 114 esq. 127, Marianao 15, Ciudad de la Habana, Cuba
Teléfono: (537) 266 3607 Fax: (537) 260 2267
E – mail: cidim@mecanica.cujae.edu.cu ; megarcia@mecanica.cujae.edu.cu ,

(Publicado por primera vez en Ingeniería Mecánica Vol. 4, No. 2)

Resumen

En el artículo se presentan y esclarecen las cinco diferentes metodologías de cálculo del coeficiente de carga dinámica presentes en la Norma ISO 6336-1: 96. Con el objetivo de conocer la conveniencia de aplicación y las limitaciones que presentan los diferentes métodos de cálculo, son comparados los resultados derivados de las formulaciones declaradas en ISO 6336-1 para el factor de carga dinámica con algunos resultados prácticos determinados en ensayos de engranajes cilíndricos. Aunque las valoraciones del coeficiente de carga dinámica en los engranajes cilíndricos están en una etapa bastante avanzada, se puede afirmar que aún los procedimientos contemplados para evaluar las cargas dinámicas internas en los engranajes cilíndricos muestran dificultades en la precisión de la frecuencia de resonancia del engranaje.

Palabras claves: Engranajes cilíndricos, cargas dinámicas, Norma ISO, factor de carga dinámica.

1. Introducción.

Luego de más de una década de trabajo del Grupo No. 6 del Comité Técnico 60 de ISO, responsabilizado con la elaboración y aprobación de normas internacionales relativas a transmisiones por engranajes, es editada en septiembre de 1996 la Norma ISO 6336 para el cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos [1]. Mucho del tiempo empleado en el análisis y aprobación de esta norma fue dedicado a lograr conciliar las diversas propuestas de cálculo de aquellos factores con influencia en la capacidad de carga de los engranajes cilíndricos y de aceptación por la mayoría de los conocedores del tema.

Dentro de aquellos factores con una mayor diversidad de propuestas, es destacable el factor de carga dinámica K_v , el cual toma en cuenta las cargas generadas internamente en los dientes de las ruedas, inducidas por un contacto de los dientes fuera de la línea de engrane y por imperfecciones de sus flancos activos.

El coeficiente de carga dinámica es posiblemente uno de los aspectos más investigados y todavía poco comprendidos en los engranajes.

Muchos han sido los esfuerzos dirigidos para lograr una evaluación precisa de este factor, en los cuales destacan los trabajos realizados por Buckingham [2], Tuplin [3,4] y Niemann [5], así como posteriormente los recogidos en las normas DIN 3990 [6] y AGMA 2001 [7]. Muchos de estos trabajos fueron las fuentes básicas empleadas por los miembros de ISO/TC60-WG6, para elaborar la Norma ISO 6336.

2. Fórmulas para el cálculo de K_v en ISO 6336-1:96.

En la Norma ISO 6336 son aceptados un total de cinco métodos para evaluar el coeficiente K_v , conocidos como método A, B, C, D y E, con diferencias en la complejidad de cálculo y en los factores considerados con influencia en las cargas dinámicas internas. Hasta el momento solo se tienen fórmulas aproximadas para determinar el referido coeficiente, por lo que se hace necesario conocer la conveniencia de aplicación y las limitaciones que presentan los diferentes métodos de cálculo del coeficiente de carga dinámica expuestos en la Norma ISO 6336-1:96.

Coefficiente de carga dinámica según Método A.

Este método es aplicable cuando se dispone de una suficiente información del comportamiento y magnitud de la carga dinámica generada internamente durante la transmisión del movimiento entre las ruedas, soportando los dientes una carga plena en el régimen de explotación nominal. Se prevé que este coeficiente de carga dinámica sea evaluado a partir de mediciones exactas y con un amplio análisis matemático del sistema de transmisión.

Este es un método recomendado cuando se dispone de toda la información referida a la carga en los dientes y la posibilidad de definir con exactitud práctica la magnitud de la fuerza interna generada por los impactos entre los dientes, permitiendo una evaluación del factor de carga dinámica K_v según la siguiente relación :

$$K_v = \frac{F_d + F_t}{F_t} \quad (1)$$

Donde:

F_d : Incremento dinámico de la carga en los dientes, debido a la respuesta dinámica del engranaje a la excitación producida por los errores de transmisión, sin incluir la fuerza tangencial nominal transmitida $[N]$.

F_t : Fuerza tangencial nominal transmitida $[N]$.

Coefficiente de carga dinámica según Método B.

El procedimiento de cálculo del coeficiente de carga dinámica K_v en engranajes de ejes paralelos y ruedas cilíndricas, según el método B, toma como referencia la norma alemana DIN 3990-1 y fue aceptado con ligeras modificaciones en la Norma ISO 6336-1.

Para la evaluación del coeficiente de carga dinámica K_v este método propone que el par de ruedas engranadas sea considerado como dos masas reducidas m_1^* y m_2^* , las cuales son vinculadas a un muelle de rigidez c_γ . En el modelo de análisis, los parámetros m_1^* y m_2^* son representativos de las masas del piñón y de la rueda por unidad de ancho y el término c_γ del valor unitario medio de la rigidez.

El modelo de análisis previsto para evaluar K_v considera la influencia de la frecuencia de resonancia en el incremento de la carga dinámica en los dientes, según es mostrado en la figura 1, aunque para ciertos casos los valores esperados no son lo suficientemente precisos, pues no es considerada la influencia de otras etapas de la transmisión en el engranaje analizado, ni los efectos

que puede producir la vibración torsional en todo el sistema de transmisión, entre otros aspectos.

Las fórmulas para evaluar K_v corresponden con los siguientes cuatro regímenes, definidos al considerar la posible resonancia del engranaje y la relación entre la frecuencia de rotación del piñón n_1 y la frecuencia de resonancia n_{E1} :

Subcrítico.	$[n_1/n_{E1} \leq 0,85]$
Resonancia.	$[0,85 < n_1/n_{E1} \leq 1,15]$
Intermedio.	$[1,15 < n_1/n_{E1} < 1,5]$
Super-crítico.	$[n_1/n_{E1} \geq 1,5]$

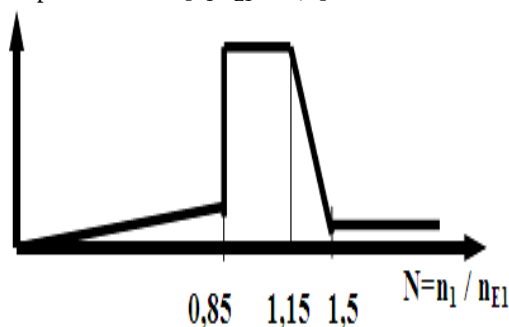


Figura 1 - Comportamiento del coeficiente de carga dinámica K_v en dependencia de la razón de resonancia ($N = n_1 / n_{E1}$), para una carga nominal constante en los dientes, según el método B.

Para establecer el régimen de trabajo del par de ruedas analizadas, es empleado el factor adimensional N , denominado *Razón de Resonancia* y calculado según la ecuación (2):

$$N = \frac{n_1}{n_{E1}} = \frac{n_1 \cdot \pi \cdot z_1}{30000} \cdot \sqrt{\frac{m_{red}}{c_\gamma}} \quad (2)$$

Donde:

n_1 : frecuencia de rotación del piñón (min^{-1}).

z_1 : número de dientes en el piñón.

c_γ : rigidez media por ancho de diente en el engrane ($N/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$),

m_{red} : masa por unidad de ancho de las ruedas, reducida y ubicada sobre la línea de engranaje (kg/mm).

Para el cálculo de la masa reducida m_{red} , pueden ser empleados los procedimientos clásicos de Teoría de Mecanismos y Mecánica Teórica. Para el caso particular de un par de ruedas cilíndricas con contacto exterior puede ser empleada la fórmula siguiente:

$$m_{red} = \frac{l_1^* \cdot l_2^*}{l_1^* \cdot r_{b2}^2 + l_2^* \cdot r_{b1}^2} \quad (\text{kg/mm}) \quad (3)$$

Donde :

I_1^* , I_2^* : momentos polares de inercia de las masas de las ruedas, por unidad de ancho ($\text{Kg} \cdot \text{mm}^2/\text{mm}$).

r_{b1} , r_{b2} : radios básicos de las ruedas (mm).

Para caracterizar la rigidez media del engrane es empleado el valor medio de rigidez de todos los dientes en el engrane. La ecuación (4) es apropiada, en cálculos aproximados, para el caso de engranajes cilíndricos con valores de coeficientes de recubrimiento transversal $\varepsilon_\alpha \geq 1,2$ y ángulos de hélice $\beta \leq 45^\circ$ [8]

$$c_\gamma = c' \cdot (0,75 \cdot \varepsilon_\alpha + 0,25) \quad (\text{N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})) \quad (4)$$

Donde:

ε_α : coeficiente de recubrimiento en el plano transversal.

c' : rigidez de un par de dientes engranados ($\text{N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$).

La rigidez de un par de dientes c' en la ecuación (4) es considerada como la rigidez máxima del par de dientes en contacto durante su trayectoria por la línea de engranaje. Este valor es aproximadamente igual a la máxima rigidez del par de dientes en la zona en que solo ellos transmiten la carga. Para una carga específica en los dientes del engrane mayor de 100 N/mm, es orientada la ecuación (5) para calcular la rigidez del par de dientes.

$$c' = 0,8 \cdot c_{th} \cdot C_R \cdot C_B \cdot \cos(\beta) \quad (\text{N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})) \quad (5)$$

Donde :

β : ángulo de la hélice de los dientes en el cilindro de referencia.

C_R : factor por tipo de rueda. Para ruedas macizas debe ser tomado $C_R = 1$, en caso de ruedas con vaciados en sus llantas pueden ser tomado hasta un valor mínimo de $C_R = 0,7$.

C_B : factor por tipo de cremallera básica. Para engranajes con cremallera básica de referencia según ISO 53 -1974 puede ser empleado $C_B = 1$, para otras condiciones es orientado evaluar la siguiente ecuación:

$$C_B = \left[1 + 0,5 \cdot \left(1 + \rho_{fp}^* - h_{fp}^* \right) \right] \cdot \left[1 - 0,02 \cdot (20^\circ - \alpha) \right] \quad (6)$$

Siendo :

ρ_{fp}^* : factor del radio de curvatura en el pie del diente de la cremallera de referencia.

h_{fp}^* : factor de altura del pie del diente en la cremallera de referencia.

α : ángulo de flanco del perfil del diente en la cremallera de referencia ($^\circ$).

c_{th} : rigidez teórica de un par de dientes engranados ($\text{N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$). El valor de la rigidez teórica puede ser obtenido de la fórmula (7) y la tabla 1.

$$c_{th} = \left[\frac{C_1 + \frac{C_2}{Z_{v1}} + \frac{C_3}{Z_{v2}} + C_4 \cdot x_1 + \frac{C_5 \cdot x_1}{Z_{v1}} + C_6 \cdot x_2 + \frac{C_7 \cdot x_2}{Z_{v2}} + C_8 \cdot x_1^2 + C_9 \cdot x_2^2}{1} \right]^{-1} \quad (\text{N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})) \quad (7)$$

Tabla 1- Valores de los coeficientes de la fórmula [7]. Unidades en ($\text{N}/(\text{mm} \cdot \mu\text{m})$).

C_1	0,04723
C_2	0,15551
C_3	0,25791
C_4	0,00635
C_5	0,11654
C_6	-0,00193
C_7	0,24188
C_8	0,00529
C_9	0,00182

Donde:

x_1, x_2 : coeficientes de corrección de los dientes del piñón y de la rueda.

Z_{v1}, Z_{v2} : número de dientes de las ruedas equivalentes (virtuales).

Los errores inevitables, durante la elaboración de las ruedas dentadas, en la magnitud del paso y la forma del perfil, así como los desplazamientos elásticos de los dientes bajo carga, provocan cierta irregularidad del movimiento en la rueda conducida a pesar que la rueda motriz gire uniformemente. Esta irregularidad del movimiento provoca cargas dinámicas sobre los dientes y el trabajo del engranaje con vibraciones y ruidos.

Las principales cargas dinámicas en los dientes de las ruedas se producen al engranar los dientes y desengranar el par de dientes precedente. Para conseguir el trabajo sin colisiones, es necesario que los dientes al transmitir la carga establezcan contacto sobre la línea de engrane, es decir, que sean iguales los pasos de los dientes de las ruedas engranadas y que los perfiles de los dientes garanticen que la normal al punto de contacto pase por el punto de tangencia de las circunferencias primitivas. Por ello, a pesar de que las ruedas se fabricaran con absoluta exactitud, tendrían lugar las colisiones, ya que las deformaciones, inevitables de los dientes a causa de la carga, influyen en el engrane del mismo modo que los errores del paso o del perfil.

Experiencias obtenidas de los estudios realizados por los profesores estadounidenses Seireg y Houser, demuestran el significativo efecto que producen los errores de paso en la carga dinámica interna generada en el engranaje [10].

Además de la influencia que ejercen los errores de fabricación en los valores de cargas dinámicas, es necesario considerar el efecto que produce la inevitable variación de la rigidez de los pares de dientes engranados, originada por la variación del número de dientes en contacto y la posición ocupada por ellos en la línea práctica del engrane. Según puede ser observado en la figura 2, la rigidez de un par de dientes engranados varía en dependencia de la zona del contacto [11]. Pero más significativa es la variación de la rigidez cuando es analizado el comportamiento conjunto de los pares de dientes engranados a lo largo de la línea práctica, como es apreciable en la figura 3. Esta variación de la rigidez provoca una influencia significativa en la redistribución no uniforme de la carga sobre los dientes y produce deformaciones abruptas que generan cargas dinámicas apreciables.

La influencia en la carga dinámica de la precisión del engrane y la variación cíclica de la rigidez es considerada en el cálculo del coeficiente de cargas dinámicas mediante los siguientes parámetros adimensionales:

$$B_p = \frac{c \cdot f_{pbeff}}{F_t \cdot \frac{K_A}{b_e}} \quad (8)$$

$$B_f = \frac{c \cdot f_{teff}}{F_t \cdot \frac{K_A}{b_e}} \quad (9)$$

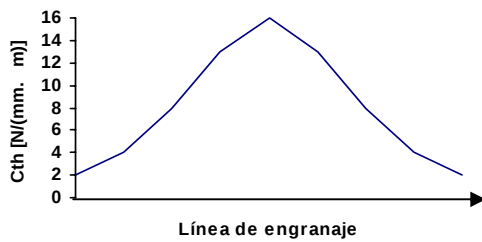
$$B_k = \left| 1 - \frac{c \cdot Ca}{F_t \cdot \frac{K_A}{b_e}} \right| \quad (10)$$

Siendo:

K_A : coeficiente de aplicación de la carga.

b_e : ancho de engrane (mm),

f_{pbeff} : desviación efectiva del paso básico después del asentado (μm)



f_{teff} : desviación efectiva del perfil del diente después del asentado (μm)

Ca : cantidad de modificación del perfil en la cresta del diente (μm).

Figura 2- Rigidez de un par de dientes helicoidales ($z_1 = 53$ $z_2 = 65$ $m = 1,5$ $\beta = 15^\circ$ $x_1 = 0$ $x_2 = -0,08$ $\varepsilon_\alpha = 1,7$ $\varepsilon_\beta = 1,1$ $F_t/b = 484 \text{ N}$). [11]

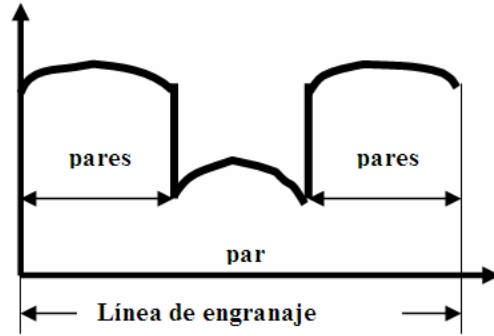


Figura 3- Rigidez en un engrane de dientes rectos a lo largo de la línea de engranaje, para $1,2 \leq \varepsilon_\alpha \leq 1,8$.

En caso de no ser conocidos los valores de desviación efectiva del paso básico y del perfil del diente después de producirse el ajuste funcional, ellos pueden ser estimados mediante las siguientes fórmulas:

$$f_{pbeff} = f_{pb} - y_p \quad (\mu\text{m}) \quad (11)$$

$$f_{teff} = f_{f\alpha} - y_f \quad (\mu\text{m}) \quad (12)$$

Siendo:

f_{pb} : desviación del paso básico (μm) según ISO 1328.

$f_{f\alpha}$: desviación del perfil (μm) según ISO 13281.

y_p : asentamiento permisible del paso (μm).

y_f : asentamiento permisible del perfil (μm).

Donde :

Para dureza superficial en el diente:

$$y_p = 0,075 \cdot f_{pb} \quad (\mu\text{m}) \quad (13)$$

$$y_f = 0,075 \cdot f_{f\alpha} \quad (\mu\text{m}) \quad (14)$$

Para dureza volumétrica en el diente

$$y_p = \frac{160}{\sigma_{Hlim}} \cdot f_{pb} \quad (\mu\text{m}) \quad (15)$$

$$y_f = \frac{160}{\sigma_{Hlim}} \cdot f_{f\alpha} \quad (\mu\text{m}) \quad (16)$$

Siendo

σ_{Hlim} : Esfuerzo límite por fatiga superficial del material, para un contacto intermitente (MPa).

Coefficiente de carga dinámica en régimen subcrítico en método B.

Este régimen es considerado por debajo de la zona de peligro de resonancia. Por seguridad es definida esa zona cuando $N < 0,85$, debido a que el cálculo de la razón de resonancia no considera la influencia de la rigidez de otros componentes de la transmisión como son los arboles, rodamientos y carcaza, los cuales

influyen en la precisión del cálculo de la resonancia del engranaje.

Es necesario conocer que en este régimen las amplitudes de la vibración pueden ser significativas en valores de razón de resonancia coincidentes con $N=1/2$ y $N=1/3$. Este mismo problema, pero con efectos menos significativos, puede ocurrir con $N=1/4$ y $N=1/5$.

Para la evaluación del coeficiente de carga dinámica en el régimen subcrítico es empleada la siguiente ecuación y los coeficientes de la tabla 2:

$$K_v = 1 + (C_{V1} \cdot B_p + C_{V2} \cdot B_f + C_{V3} \cdot B_k) \cdot N \quad (17)$$

Coeficiente de carga dinámica en régimen de resonancia en método B.

Este régimen es caracterizado por una vibración intensa del engranaje, donde las amplitudes provocadas por la resonancia pueden destruir la transmisión, en caso de ser mantenido el trabajo del engranaje durante un tiempo prolongado en esta zona. En este régimen son alcanzados los máximos valores del coeficiente de carga dinámica según puede ser observado en la figura 1. La aproximación a esta zona de resonancia se revela exteriormente por un aumento constante de las vibraciones, por tal motivo, se considera como rango para este régimen aquel que esta comprendido entre los valores de razón de resonancia de 0,85 y 1,1

Tabla 2- Valores y fórmulas para el cálculo de los factores C_v de las ecuaciones (17), (18) y (19).

Coeficiente	$1 < \varepsilon_\gamma \leq 2$	$\varepsilon_\gamma > 2$
C_{V1}	0,32	0,32
C_{V2}	0,34	$0,57 / (\varepsilon_\gamma - 0,3)$
C_{V3}	0,23	$0,096 / (\varepsilon_\gamma - 1,56)$
C_{V4}	0,90	$(0,57 - 0,05 \cdot \varepsilon_\gamma) / (\varepsilon_\gamma - 1,44)$
C_{V5}	0,47	0,47
C_{V6}	0,47	$0,12 / (\varepsilon_\gamma - 1,74)$

Nota : ε_γ : Coeficiente de recubrimiento total = $\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta$. Puede ser calculado el coeficiente de carga dinámica en este régimen mediante la siguiente ecuación y los factores C_v de la tabla 2:

$$K_v = 1 + (C_{V1} \cdot B_p + C_{V2} \cdot B_f + C_{V4} \cdot B_k) \quad (18)$$

Coeficiente de carga dinámica en régimen super-crítico en método B.

En este régimen pueden ocurrir picos disminuidos de cargas dinámicas en zonas donde la razón de resonancia sea igual a $N=2$ ó $N=3$. Es necesario tener en consideración, que para algunas transmisiones en este régimen, es importante tomar en cuenta las cargas

dinámicas debido a la vibración transversal de otros engranajes y árboles.

En caso de que el efecto de los otros componentes de la transmisión sobre las cargas dinámicas no sea tenido en cuenta, el coeficiente K_v puede ser valorado mediante la siguiente fórmula:

$$K_v = C_{V5} \cdot B_p + C_{V6} \cdot B_f + C_{V7} \quad (19)$$

La fórmula (19) es aplicable en la zona donde la razón de resonancia toma valores superiores a 1,5. Los factores C_{V5} y C_{V6} pueden ser obtenidos de la tabla 2, en cambio el factor C_{V7} debe ser evaluado como:

Para $1 < \varepsilon_\gamma \leq 1,5$:

$$C_{V7} = 0,75 \quad (20)$$

Para $1,5 < \varepsilon_\gamma \leq 2,5$:

$$C_{V7} = 0,875 + 0,125 \cdot \sin[\pi \cdot (\varepsilon_\gamma - 2)] \quad (21)$$

Para $\varepsilon_\gamma > 2,5$:

$$C_{V7} = 1 \quad (22)$$

Coeficiente de carga dinámica en régimen intermedio en método B.

Este es un régimen de transición entre el régimen crítico y el super-crítico, por ello el coeficiente de carga dinámica es determinado mediante interpolación lineal entre estos regímenes.

$$K_v = K_{v(N=1,5)} + \frac{(1,5 - N)}{0,35} \cdot [K_{v(N=1,15)} - K_{v(N=1,5)}] \quad (23)$$

Coeficiente de carga dinámica según método C.

La determinación del coeficiente de carga dinámica mediante el método C está basada en el procedimiento declarado en el método B, pero con la introducción de algunas consideraciones simplificadoras como:

- Es considerado un régimen subcrítico de resonancia para el engrane.
- Se asume que el piñón y la rueda son masas aisladas.
- El cálculo orientado es para cargas específicas $F_t \cdot K_A / b_e \geq 100 \text{ N/mm}$.

A partir de las consideraciones anteriores, el coeficiente de carga dinámica para engranajes cilíndricos de dientes rectos o de dientes helicoidales con un coeficiente de recubrimiento axial mayor que 1 ($\varepsilon_\beta \geq 1$), puede ser calculado mediante la siguiente fórmula:

$$K_v = 1 + \left[\frac{K_1}{(F_t \cdot K_A / b_e)} + K_2 \right] \cdot \frac{z_1 \cdot v}{100} \cdot \sqrt{\frac{u^2}{u^2 + 1}} \quad (24)$$

Donde:

v : velocidad circunferencial (m/s).

u : razón de engrane.

K_1 y K_2 : factores de cálculo según tabla 3.

Para engranajes cilíndricos con dientes helicoidales y coeficiente de recubrimiento axial menor que 1 ($\varepsilon_\beta < 1$), el valor del coeficiente de carga dinámica es determinado mediante la interpolación lineal del valor de K_v para dientes rectos y para dientes helicoidales, según la fórmula (25).

$$K_v = K_{v\alpha} - \varepsilon_\beta \cdot (K_{v\alpha} - K_{v\beta}) \quad (25)$$

Donde:

$K_{v\alpha}$: factor dinámico considerando dientes rectos.

$K_{v\beta}$: factor dinámico con dientes helicoidales ($\varepsilon_\beta \geq 1$)

ε_β : coeficiente de recubrimiento axial del engranaje analizado.

Tabla 3- Valores de los factores K_1 y K_2 para el cálculo del coeficiente de carga dinámica según el método C.

Tipo de diente	Valores de K_1 según grado de precisión ISO1328-1						Valores de K_2 todos
	5	6	7	8	9	10	
Recto	7,5	14,9	26,8	39,1	52,8	76,6	0,0193
Helicoidal	6,7	13,3	23,9	34,8	47,0	68,2	0,0087

Coeficiente de carga dinámica según método D.

Este es un método más simple que el anterior, pero prevé la influencia de menos parámetros y factores en el cálculo del coeficiente de cargas dinámicas. Toma en cuenta las consideraciones del método C, asumiendo que la carga lineal en el diente es de $F_t \cdot K_A / b_e = 350$ N/mm, un valor aceptado como medio en engranajes industriales. A partir de las anteriores consideraciones la ecuación para el cálculo del coeficiente de carga dinámica es:

$$K_v = 1 + \left(\frac{K_1}{350} + k_2 \right) \cdot \frac{z_1 \cdot v}{100} \cdot \sqrt{\frac{u^2}{u^2 + 1}} \quad (26)$$

Coeficiente de carga dinámica según método E.

El procedimiento de cálculo del coeficiente K_v , según este método, toma como referencia la norma estadounidense ANSI/AGMA 2001-B88 y fue aceptado

con ligeras modificaciones en ISO 6336-1. El fundamento del cálculo es empírico y conveniente para engranajes industriales de uso general, según consta en las referencias que sirven de base al método [7].

Este procedimiento no considera las cargas dinámicas producidas en un régimen de resonancia y no debe ser empleado cuando la frecuencia de rotación del piñón exceda el 80% de su frecuencia de resonancia.

Para el cálculo del coeficiente de carga dinámica es empleada la siguiente fórmula:

$$K_v = \left[\frac{A}{A + \sqrt{200 \cdot v}} \right]^{-B} \quad (27)$$

Donde:

$$A = 50 + 56 \cdot (1 - B) \quad (28)$$

$$B = 0,25 \cdot (C - 5)^{0,667} \quad (29)$$

Siendo:

C : grado de precisión según ISO 1328-1

v : velocidad circunferencial (m/s).

3. Comparación de los diferentes métodos de cálculo del coeficiente de carga dinámica K_v .

Con el objetivo de realizar una comparación, entre los diferentes procedimientos normados en ISO 6336-1, fueron calculados los factores K_v para engranajes en los cuales fueron determinados experimentalmente estos valores, según se describen en los artículos de los profesores japoneses Kubo [13] e Ichimaru [14]

Tabla 4. Parámetros geométricos de los engranajes empleados en los ensayos de Kubo e Ichimaru.

Parámetros del engranaje	unidades	símbolos	Kubo	Ichimaru
Módulo normal	mm	m	3	6
Número de dientes	-	z	24 / 36	26 / 26
Distancia entre centros	mm	a_w	90	156
Ancho de engranaje	mm	b	10	10
Ángulo de la hélice	°	β	0	0
Ángulo de la cremallera de referencia	°	α	20	20
Factor de altura del diente	-	h_a^*	1.0	1.0
Factor de holgura radial	-	c^*	0.25	0.25
Coeficiente de corrección	-	x_1 / x_2	0 / 0	0 / 0
Tipo de ruedas	-	-	macizas	macizas

Durante los ensayos de Kubo los dientes del engranaje fueron cargados moderadamente con una

carga lineal entre 93 N/mm y 185 N/mm, en cambio las ruedas empleadas en los experimentos de Ichimaru soportaron cargas altas en los flancos de los dientes del orden de 420 N/mm, en este último caso los dientes fueron cementados y rectificados alcanzando el engranaje un grado de precisión ISO-6. Las velocidades máximas de las ruedas durante las experiencias fueron de 30,0 m/s, en el caso de los ensayos de Ichimaru, y de 7,0 m/s en las pruebas de Kubo.

Ichimaru en sus ensayos fue capaz de obtener los valores del coeficiente de carga dinámica en los regímenes subcríticos y de resonancia.

Según las amplitudes de las vibraciones fue estimada la resonancia principal a 3700 min^{-1} . Los puntos de resonancia secundaria ($N=1/2$) y terciaria ($N=1/3$) fueron observados en las velocidades de 1800 min^{-1} y 1200 min^{-1} respectivamente.

Empleando los métodos de cálculo B,C,D y E del factor Kv fue elaborado un programa de computación que permitió evaluar el coeficiente de carga dinámica para las condiciones de trabajo establecidas y las ruedas dentadas empleadas en los ensayos de Kubo e Ichimaru.

En las figuras 4, 5 y 6 son mostrados los resultados obtenidos

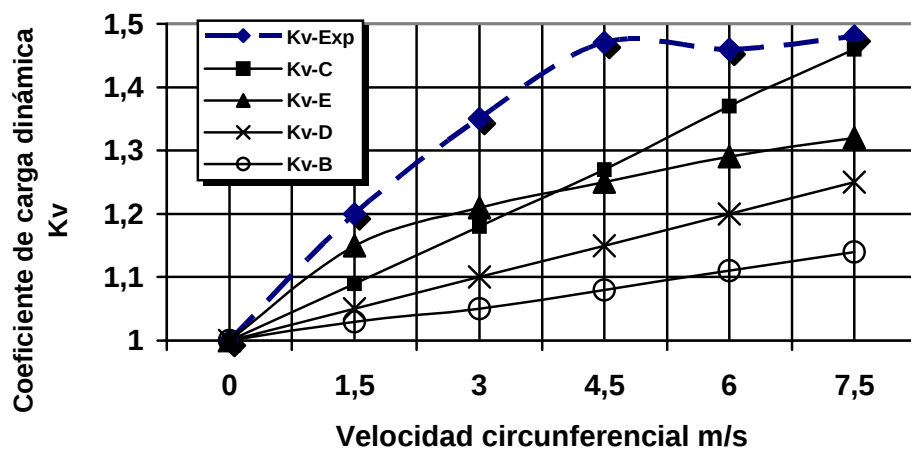


Figura 4.- Valores del coeficiente de carga dinámica Kv en dependencia de la velocidad circular V de las ruedas, calculados según los métodos B (Kv-B), C (Kv-C), D (Kv-D) y E (Kv-E) de ISO 6336-1 y los obtenidos en los ensayos de Kubo (Kv-Exp), en un engranaje cilíndrico de precisión ISO-9 con una carga en sus dientes de 185 N/mm.

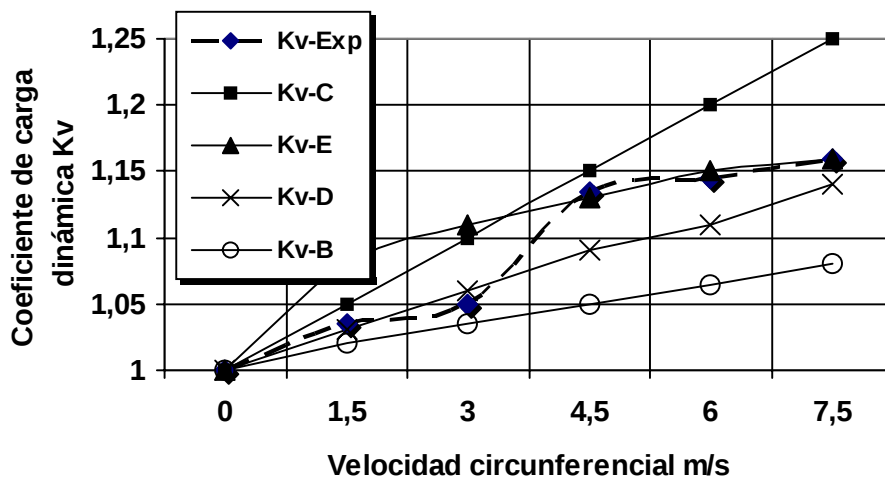


Figura 5.- Valores del coeficiente de carga dinámica Kv en dependencia de la velocidad circular V de las ruedas, calculados según los métodos B (Kv-B), C (Kv-C), D (Kv-D) y E (Kv-E) de ISO 6336-1 y los obtenidos en los ensayos de Kubo (Kv-Exp), en un engranaje cilíndrico de grado de precisión ISO 7 con cargas en sus dientes de 185 N/mm.

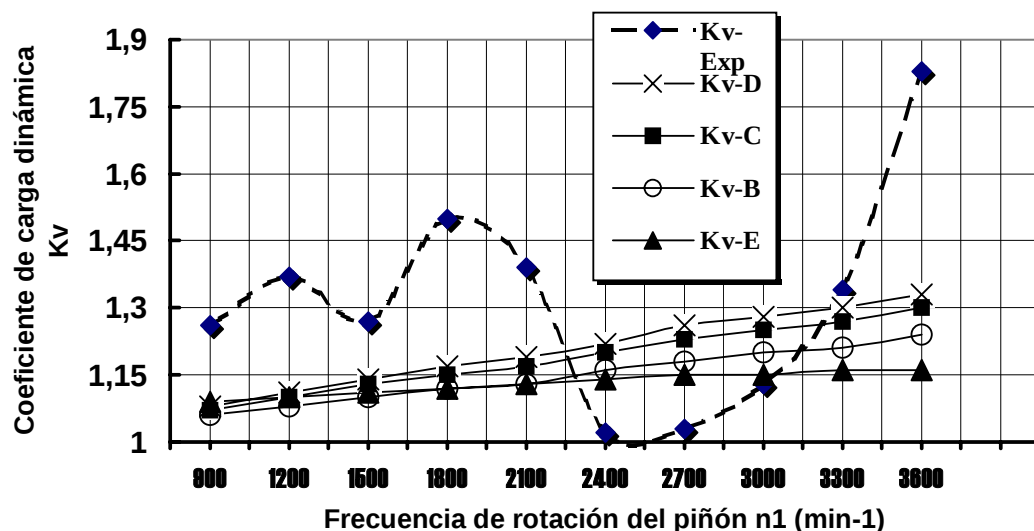


Figura 6.- Valores del coeficiente de carga dinámica K_v en dependencia de la frecuencia de rotación del piñón, calculados según los métodos B (K_v -B), C (K_v -C), D (K_v -D) y E (K_v -E) de ISO 6336-1 y los obtenidos en los ensayos de Ichamaru (K_v -Exp), en un engranaje cilíndrico de precisión ISO-6 con una carga en sus dientes de 420 N/mm.

4. Análisis de resultados.

De los resultados obtenidos y compilados parcialmente en las figuras 4 y 5, se observa que el método B proporciona valores pequeños del coeficiente K_v y los valores mayores son obtenidos con los métodos C y E. Con excepción del método E, el resto de los métodos de cálculo analítico otorgan un comportamiento lineal al coeficiente de carga dinámica en dependencia de la velocidad circunferencial de las ruedas. En el caso de los métodos B, C y D la influencia del grado de precisión del engranaje es observada por una variación de la pendiente de la recta, siendo más notable este efecto en el método C.

En correspondencia con los ensayos de Kubo y los resultados obtenidos al evaluar los diferentes métodos de cálculo de K_v , se observa que en los engranajes de baja precisión (ISO-9) el método C brinda resultados prácticamente aceptables, en cambio para engranajes con buena precisión (ISO-7) los métodos D y E pueden ser convenientes.

Otros resultados (ver figura 6), permiten entender que el método de cálculo del factor K_v , según el procedimiento B de ISO, no refleja una buena coincidencia con los diferentes valores obtenidos en los ensayos de Ichamaru, principalmente en el régimen de resonancia principal ($N_{EXP} = 1$) y sus parciales ($N_{EXP} = 1/3$ y $N_{EXP} = 1/2$). Este resultado se debe a que no se considera con exactitud la frecuencia de rotación del piñón en el régimen de resonancia principal del

engranaje. En el caso de los ensayos de Ichamaru fue observado el régimen de resonancia principal en el engranaje a una frecuencia de rotación del piñón de 3700 min^{-1} , en cambio, según el método B de ISO este valor debería ser próximo a 6630 min^{-1} (ver tabla 6).

Debido a la incompatibilidad de los resultados en el régimen de resonancia principal y sus parciales, los valores del coeficiente de carga dinámica calculados por los procedimientos normados resultaron menores, con valores entre el 63,4% y el 72,7% de los obtenidos por Ichamaru en sus ensayos, y en las frecuencias de resonancia secundaria y terciaria este rango tuvo valores promedios del 76% y el 80% respectivamente. Estas afirmaciones se observan en la figura 7.

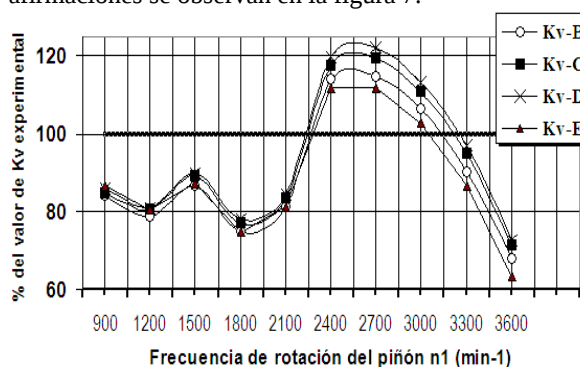


Figura 7.- Valores del coeficiente de carga dinámica K_{vISO} , según los métodos B, C, D y E, en por cientos del valor del coeficiente experimental K_{vExp} .

A su vez, fue observado (ver figura 7) que durante el régimen subcrítico y con frecuencia de rotación del piñón mayor que la de resonancia secundaria, los valores del coeficiente K_v , obtenidos según los diferentes métodos, fueron algo mayores que los experimentales, con valores promedios superiores al 13%. Fuera de los puntos de resonancia secundaria, las magnitudes de K_v presentaron un comportamiento

aceptable según los métodos B y E de la norma ISO 6336-1.

Debe ser notado, que de aplicarse el procedimiento de cálculo de K_v -B, admitiendo que el engranaje trabaja en el régimen de resonancia (fórmula 19), se obtendría un valor de $K_v=2,047$, algo mayor que el valor $K_v=1,830$ obtenido en los ensayos de Ichimaru, pero prácticamente aceptable con una diferencia de 11,8%.

Tabla 5. – Razón de resonancia N , calculada según método B de ISO (N_{ISO}) y los obtenidos en ensayo de Ichimaru (N_{EXP}), en dependencia de la frecuencia de rotación del piñón n_1 y correspondiente a la velocidad circunferencial V de las ruedas.

n_1 (min^{-1})	900	1200	1385	1565	1800	2000	2400	2769	3000	3272	3600
V (m/s)	7,3	9,8	11,3	12,8	14,7	16,3	19,6	22,6	24,5	26,7	29,4
Valores de la razón de resonancia según Ichimaru (N_{EXP}) e ISO (N_{ISO})											
N_{EXP}	1/4.0	1/3.0	1/2.6	1/2.3	1/2.0	1/1.8	1/1.5	1/1.3	1/1.2	1/1.1	1/1
N_{ISO}	1/7.4	1/5.5	1/4.8	1/4.2	1/3.7	1/3.3	1/2.8	1/2.4	1/2.2	1/2.0	1/1.8

Tabla 6 – Frecuencia de rotación del piñón en el régimen de resonancia principal del engranaje empleado por Ichimaru, según el método B de ISO

Parámetros geométricos del engranaje ensayado por Ichimaru, calculados según los datos de la tabla 4: Diámetros de referencia $d_1 = d_2 = 156,0 \text{ mm}$ Diámetros de fondo $d_{f1} = d_{f2} = 141,0 \text{ mm}$ Diámetros básicos $d_{b1} = d_{b2} = 146,6 \text{ mm}$ Diámetros de cresta $d_{a1} = d_{a2} = 168,0 \text{ mm}$ Coeficiente de recubrimiento $\varepsilon_\alpha = 1,62$
Momento polar de inercia por unidad de ancho: $\rho = 7,83 \cdot 10^{-6} \text{ Kg/mm}^3$ $I^* = \frac{\pi}{2} \cdot \rho \cdot \left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^4 = \frac{\pi}{2} \cdot (7,83 \cdot 10^{-6}) \cdot \left(\frac{168}{2}\right)^2 = 612,34 \text{ Kg.mm}$
Masa de las ruedas por unidad de ancho reducida sobre la línea de engranaje: $m_{red} = \frac{2 \cdot I^*}{d_b^2} = \frac{2 \cdot 612,34}{146,6^2} = 0,05699 \text{ Kg / mm}$
Rigidez teórica de un par de dientes engranados: $c_{th}' = C_1 + \frac{C_2}{Z_1} + \frac{C_3}{Z_2} = 0,047234 + \frac{0,15551}{26} + \frac{0,25791}{26} = 15,840 \text{ N/(mm.}\mu\text{m)}$
Rigidez de un par de dientes engranados: $C_R = 1$ Ruedas macizas. $C_B = 1$ Cremallera básica de referencia según ISO 53 $c' = 0,8 \cdot c_{th}' \cdot C_R \cdot C_B \cdot \cos \beta = 0,8 \cdot 15,840 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \cos 0^\circ = 12,672 \text{ N/(mm.}\mu\text{m)}$
Rigidez media del engrane: $c_\gamma = c' \cdot (0,75 \cdot \varepsilon_\alpha + 0,25) = 12,672 \cdot (0,75 \cdot 1,62 + 0,25) = 18,564 \text{ N/(mm.}\mu\text{m)}$
Frecuencia de resonancia principal del piñón: $n_{E1} = \frac{30000}{\pi \cdot Z_1} \cdot \sqrt{\frac{c_\gamma}{m_{red}}} = \frac{30000}{\pi \cdot 26} \cdot \sqrt{\frac{18,564}{0,05699}} = 6630 \text{ min}^{-1}$

5. Conclusiones

A pesar de los muchos esfuerzos realizados para lograr una evaluación precisa del coeficiente de cargas dinámicas, aún existen discrepancias entre los diferentes

procedimientos y los resultados que se obtienen a partir de los métodos de cálculo del coeficiente K_v . Guiándose por diferentes metodologías de cálculo analítico se pueden obtener, para un mismo engranaje e iguales condiciones de explotación, valores del coeficiente K_v

con diferencias entre un 20% y un 36%, las mayores discrepancias son para engranajes de poca precisión.

El modelo empleado para la determinación de la frecuencia de resonancia natural del engranaje no parece ser suficiente para precisar con exactitud las características del sistema de transmisión que permitan evaluar con una aproximación práctica los valores del coeficiente de carga dinámica en el régimen de resonancia principal y los puntos de resonancia secundaria en el régimen subcrítico.

El método C brinda resultados prácticamente aceptables para calcular el coeficiente K_v en engranajes cilíndricos de poca precisión (ISO-9) y dientes con carga en la línea de contacto entre 90 N/mm y 185 N/mm. En cambio para iguales condiciones de carga, pero engranajes de buena precisión (ISO-7) los métodos D y E pueden ser convenientes.

Los métodos B y E permiten un cálculo aceptable del coeficiente K_v para engranajes cilíndricos de elevada precisión (ISO-6) y dientes con carga cercana a los 400 N/mm, que trabajan en la zona subcrítica y fuera de los puntos de resonancia secundaria.

Al parecer la realización de ensayos (método A) es la única evaluación que permite precisar un valor del coeficiente K_v . Pero la realización de estas evaluaciones es una tarea difícil con mucho gasto en tiempo y en recursos, por lo tanto, solo se justifica en determinados casos y cuando no se está en presencia de un nuevo diseño. Por ello, contar con un método de cálculo seguro, pero no muy conservador, para el cálculo del coeficiente de carga dinámica es una de las tareas que se proponen muchos de los estudiosos de la dinámica de los engranajes.

6. Bibliografía.

1.- International Standard ISO 6336, Calculation of load capacity of spur and helical gears, International Organization for Standardization (1996).

2 - E. Buckingham, Dynamic loads on gear teeth, ASME Research Publication, New York (1931).

3.- W.A.Tuplin, Gear tooth stress at high speeds, Proceedings of Institution of Mechanical Engineers, Vol 163, pag. 162, London (1950).

4.- W.A.Tuplin, Dynamic loads on gear teeth, Proceedings of International Conference on Gearing, Institution of Mechanical Engineers, pag. 24-42, London (1958).

5- G. Niemann, H. Retting, Cargas dinámicas en los dientes de engranajes (en alemán), Zeitschrift des Vereines Deutscher Ingenieure, Vol 99, pag.89-96, Alemania (1957).

6 - Norma DIN 3990, Cálculo de la capacidad de carga de engranajes cilíndricos de dientes rectos y helicoidales (en alemán). Deutsches Institut für Normung, Alemania (1981).

7 - AGMA Standard 2001-B88, Fundamental rating factors and calculation methods for involute spur and helical gears", American Gear Manufacturers Association, Alexandria (1988).

8 - B. Hohn, Calculation of the mean value of mesh stiffness", Documento 690 en ISO/TC60/SC2/WG6, FZG, Munich (1997).

9 - International Standard ISO 53, Cylindrical Gears. ISO System of Accuracy, International Organization for Standardization (1995).

10 - A. Seireg, D. Houser, Evaluation of dynamic factors for spur and helical Gears. Transactions of the ASME, Journal of Engineering for Industry, pag. 504-515, Mayo 1970.

11 - Z.Jaskiewicz, A. Wasiewski, Engranajes Cilíndricos. Tomo I (en polaco), pag.245, Varsovia (1992).

12 - International Standard ISO 1328-1, Cylindrical Gears. ISO System of Accuracy, International Organization for Standardization (1995).

13 - A. Kubo, "Examination of the Dynamic Factor K_v ", Kyoto University (1980).

14 - K.Ichamaru, F. Hirano, Dynamic behavior of heavy-loaded spur gears", Journal of Engineering for Industry, pag. 373-381, ASME, Mayo (1974)

Analysis of the ISO dynamic factors for cylindrical gears with external contact.

Abstract:

Five different methods of calculation procedures of the dynamic factor K_v on cylindrical gears is exposed in this paper, taking into account the International Standard ISO 6336:96. In order to analyze consistence and limit of application of ISO methods for K_v . ISO dynamic factors are confronted with some experimental results.

Key words: cylindrical gear, dynamic load, ISO Standard, dynamic factor.