

# Fundamento estadístico del efecto aleatorio del viento para el cálculo de estructuras delgadas.

**C. Fabré Sentile\*, M. Sánchez Noa\*\*, V. González Fernández\*\*, Ma. E. García Domínguez\*\*, J. Wellesley-Bourke Funcasta\*\*.**

\*ALCOM, Ave. Independência Km 31/2.

Município Cerro. Ciudad Habana. Cuba

E-mail: caryfabre@yahoo.ES

\*\*ISPJAE, Facultad de Ingeniería Mecánica. Dpto. Mecánica Aplicada.

Calle 114 No. 11901 e /119 y 127, Marianao, Cdad. Habana. Cuba

E-mail: vladimir@mecanica.cujae.edu.cu; megarcia@mecanica.cujae.edu.cu, jwellesley@mecanica.cujae.edu.cu.

(Recibido el 15 de Junio del 2005, aceptado el 10 de Septiembre del 2005)

## Resumen.

En el presente artículo se muestra una interesante recopilación estadística de las características aleatorias del viento con vistas a considerar sus efectos de carga sobre estructuras esbeltas, se muestra el resultado hallado en varias fuentes bibliográficas tomando en cuenta además lo planteado por diversas normas al respecto. Se establecen parámetros estadísticos, tales como autocorrelación, autocovarianza, función de densidad espectral, etc., en función de la acción del viento.

**Palabras claves:** Estructuras esbeltas, efecto aleatorio, análisis estadístico de cargas, estadística.

## 1. Introducción.

### Caracterización del viento sobre estructuras.

Los fundamentos para el cálculo de estructuras sometidas a la acción del viento turbulento están basados en varios procedimientos adoptados por las normas existentes para determinar la respuesta dinámica de estructuras esbeltas según los principios establecidos por Davenport [9], que caracterizan estadísticamente las propiedades de turbulencia del viento en la atmósfera. Los primeros estudios se remontan a la década de 1960 con los trabajos de Davenport [8], Vickery [16] colaboró con trabajos experimentales en el desarrollo del método. En la actualidad algunas normas aplican los mismos procedimientos introducidos por Davenport [8,9] y otras lo realizan de modo ligeramente diferente, sin embargo basado en los mismos principios es el caso de las normas Canadienses [12], Norteamericana ASCE 7-95 [3], Británica BS8100 [6], Australiana AS 1179.2 [14] y la Europea EUROCODE 1 [10] y Brasileña NBR 6123[4]. Estudios más actuales en el cálculo de estructuras esbeltas como chimeneas y torres incluyen la respuesta transversal de la estructura, como en los de Vickery y Davenport. En estos trabajos aparece el concepto de

líneas de influencia, que relacionan las cargas del viento con la respuesta de la estructura. Holmes [11] desarrolló el método estadístico de Davenport para torres reticuladas esbeltas con inclinación constante, permitiendo el cálculo de respuesta de la estructura en la dirección del viento medio.

El cálculo del efecto dinámico del viento de naturaleza aleatoria sobre estructuras esbeltas incluyendo torres de telecomunicaciones esta compuesto de tres estadios básicos:

- La dirección del viento.
- Las propiedades físicas y aerodinámicas de la estructura.
- La combinación de estos factores en la determinación de la respuesta de la estructura.

La variación de la velocidad del viento en el tiempo esta compuesta de una parte media y una parte fluctuante.

$$V(t) = \bar{V} + v_t \quad (1)$$

Donde:

$V(t)$  = Variación de la velocidad

$\bar{V}$  = Velocidad media del viento.

$V_t$  = Velocidad fluctuante del viento.

La determinación de la velocidad media del viento depende de los datos meteorológicos existentes. La mayoría de las estaciones meteorológicas obtienen datos sobre la velocidad media del viento en una hora de observación (velocidad media horaria). Empleándose un conjunto de datos sobre el valor máximo anual de dicha velocidad establecido por determinada estación de observación, la velocidad del viento asociada a cualquier probabilidad puede ser determinada mediante un análisis estadístico de valores extremos. Empleándose varias observaciones locales esparcidas por el país, se puede determinar las curvas de velocidad del viento asociada a una determinada probabilidad (isopletras). Definiéndose la probabilidad ( $P$ ) de determinada velocidad del viento de ser alcanzada o sobrepasada como  $P(>V)$ , algunas normas establecen una curva de velocidad de ráfaga de 3 segundos asociada a una probabilidad anual de  $P(>V) = 0.02$  (figura 1). Este valor indica que la máxima velocidad media anual sobre 3 segundos (3s) puede ser sobrepasada una vez cada 50 años. Ese número de años equivale al periodo de retorno en el intervalo de recurrencia definido como el inverso de esa probabilidad anual  $R = 1 / P(>V)$ .

En muchas normas la medida de la velocidad del viento se especifica solamente a una altura de 10 metros. Para transformar las velocidades de ráfaga medidas en 3 segundos de observación en velocidad horaria media, algunas normas [4] establecen factores que multiplicados por la velocidad de ráfaga permiten obtener esta última. Esta norma define ese multiplicador como factor de ráfaga a diferencia de otras normas [3, 6, 10, 12, 14] que definen el factor de ráfaga como un multiplicador de respuesta media de la estructura al obtener los valores picos de la misma. Mayores detalles sobre la determinación de la velocidad media del viento se pueden ver en Anthony [1].

La componente fluctuante de la velocidad del viento puede ser definida por la distribución de probabilidades, por el espectro de potencia y por las funciones de correlación cruzada. Para una mejor comprensión del significado de esos términos, que son utilizados en los procedimientos de cálculo de estructuras sujetas a la acción de ráfagas, es necesario realizar algunas consideraciones sobre el viento y definir algunos parámetros estadísticos.

En la figura 1 y la ecuación 1 se muestra una posible serie temporal de velocidades de viento caracterizadas por una media y una velocidad fluctuante. Para caracterizar la componente fluctuante de la velocidad se utiliza la teoría de probabilidades y estadísticas.

Para la Ingeniería Civil [7] se admite que las ráfagas de viento constituyen un proceso aleatorio estacionario, en que las propiedades estadísticas son invariantes para cualquier variación de origen del tiempo de la serie temporal. Se admite también que las ráfagas de viento constituyen también un proceso estacionario y ergódico en el cual las propiedades estadísticas calculadas sobre una única muestra son las mismas que los valores calculados sobre un conjunto de muestras. El ingeniero estructural no necesita determinar los parámetros estadísticos de las ráfagas para proyectar una estructura, sino para comprender los conceptos y terminología empleados en el proceso de cálculo, presentándose a continuación generalidades sobre algunos parámetros estadísticos de un proceso aleatorio.

Una estimación de la varianza,  $\sigma^2(V)$ , puede ser determinada a través de una serie temporal de velocidades de viento (figura 1) por la suma de los cuadrados de la velocidad fluctuante  $V(t)$  dividida por el número de valores de la muestra. El resultado es llamado valor medio cuadrado,  $\bar{V}^2$ , de velocidades de ráfaga.

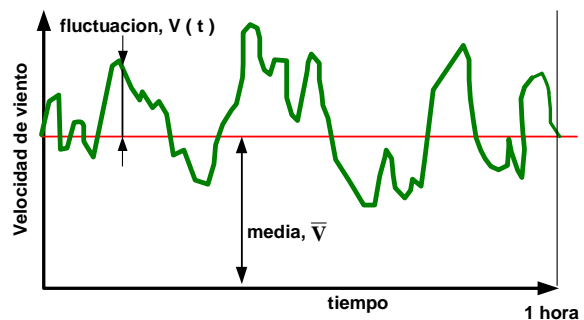


Figura 1. Velocidad media del viento y sus fluctuaciones.

## 2. Elementos estadísticos aplicados al análisis del viento.

La desviación estándar es el valor de la raíz cuadrada de la varianza y representa la medida de la dispersión de las velocidades de ráfaga en torno a la media. La estándar esta referida a la raíz cuadrada del valor cuadrado medio (rms),  $\sigma^2(V)$  o  $\bar{V}^2$ , de las fluctuaciones de velocidad del viento. Las ráfagas de viento son representadas por la intensidad de turbulencia que es determinada por la razón entre la desviación media y el valor medio de la velocidad del viento.

$$I_v = \frac{\sigma(V)}{\bar{V}} = \frac{\bar{V}}{\bar{V}} \quad (2)$$

Donde:

$I_V$  = Intensidad de la turbulencia del viento.

La función de autocovarianza,  $C^V(\tau)$ , es una de las más importantes funciones en este análisis de series aleatorias continuas, ya que lleva directamente al espectro de potencia que es una medida de la escala temporal del proceso aleatorio. La ecuación 3 define la autocovarianza como una media del producto de las velocidades en un tiempo  $t$  y en un incremento  $t + \tau$ , ilustrada por la figura 2. Multiplicándose para cada tiempo  $t$ , las velocidades  $V(t)$  y  $V(t + \tau)$ , obteniéndose el gráfico inferior de la figura 3, cuya media es una estimación de la autocovarianza para el intervalo  $\tau$ , representada por la recta indicada. El estimador será tanto mejor cuanto mayor sea el tiempo  $t$  considerado.

$$C^V(\tau) = \overline{V(t) \cdot V(t + \tau)} \quad (3)$$

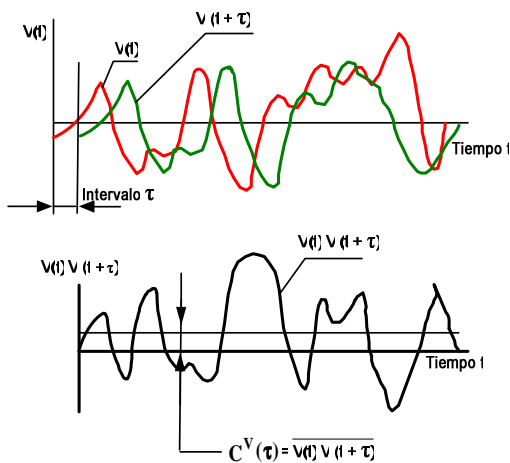


Figura 3. Representación grafica de la autocovarianza.

Suponiendo que las ráfagas de viento constituyen un proceso estacionario, el valor de autocovarianza es independiente del tiempo y es función solamente del intervalo de tiempo  $\tau$ . Calculando el valor de autocovarianza para diferentes intervalos de tiempo se obtiene un gráfico como el mostrado en la figura 4. Obsérvese que para el intervalo de tiempo nulo la autocovarianza es igual a la varianza.

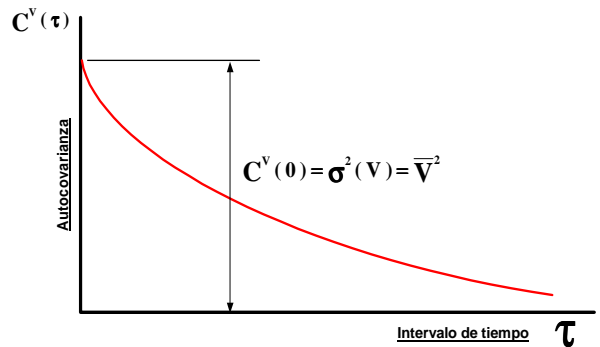


Figura 4. Decaimiento de la autocovarianza.

La autocorrelación  $\rho^V(\tau)$  es obtenida dividiendo la autocovarianza por la varianza. Es utilizada para comparar series temporales con diferentes escalas de medida. El gráfico de autocorrelación tiene la misma forma que la autocovarianza, con la diferencia que para un intervalo de tiempo nulo, la autocorrelación tiene un valor unitario como el ilustrado en la figura 5.

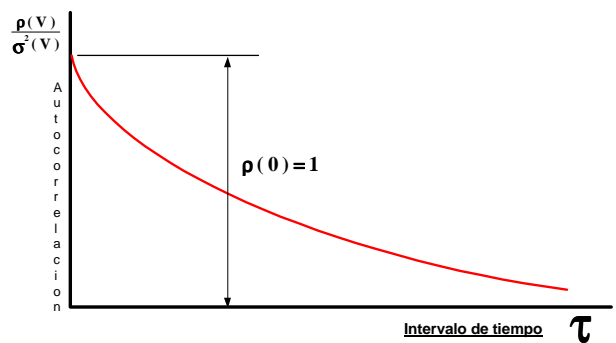


Figura 5. Decaimiento de la autocorrelación.

El área bajo la curva de autocorrelación constituye una medida de la escala temporal del proceso aleatorio, o sea, el intervalo de tiempo sobre la cual existe dependencia entre los valores medios de las fluctuaciones. En vez de considerar la correlación temporal en la componente longitudinal de las velocidades del viento, se considera el intervalo de tiempo (autocorrelación), se puede determinar la correlación entre las mismas componentes en dos puntos diferentes de espacio, considerándose la distancia entre los mismos. Es la llamada correlación espacial que constituye una medida de la escala de turbulencia o sea del tamaño de los vértices de las ráfagas de viento, conforme lo ilustrado en la figura 6.

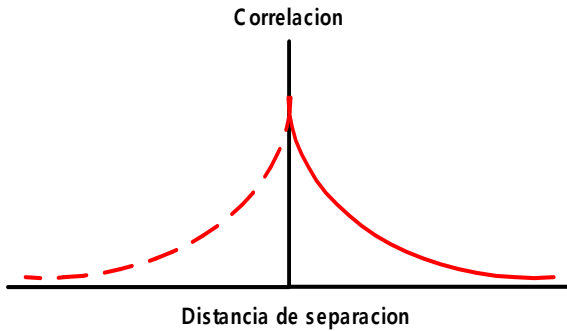


Figura 6. Correlación espacial.

Se debe analizar cual es la correlación espacial indicada para el cálculo de la estructura en cuestión. Si fuese una edificación alta o una torre se debe emplear la correlación vertical de la componente longitudinal y transversal de la velocidad del viento dado que en general es de interés la respuesta de la estructura en la dirección del viento medio y transversalmente al mismo. Por otra parte si la estructura fuese un puente colgante se debe usar la correlación horizontal de la componente longitudinal y vertical de la velocidad del viento. Para calcular una estructura siguiendo los fundamentos aquí presentados se utilizan las correlaciones cruzadas con el espectro de potencia de ráfagas de viento. La autocovarianza y el espectro de potencia forman un par de transformadas de Fourier. Conociéndose la autocovarianza se determina el espectro de potencia.

El espectro de potencia del viento define la energía contenida en las ráfagas en función de la frecuencia. La varianza es el valor de autocovarianza para un intervalo de tiempo nulo y representa el área bajo la curva del espectro de potencia. Tal como se ilustra en la figura 7,  $dW$  es la energía o varianza asociada a un elemento de frecuencia  $df$ . Por tanto la varianza viene dada por:

$$\sigma^2(V) = \int_0^{\infty} dW = \int_0^{\infty} S_v(f) df \quad (4)$$

Donde:

$S_v(f)$  = Espectro de potencia de las ráfagas de viento.

Como en el caso de la autocovarianza, es conveniente dividir el espectro de potencia por la varianza para comparar espectros de series con diferentes escalas. Una expresión resultante  $S_v(f) / \sigma^2(V)$  es denominada función de densidad espectral o espectro normalizado que con la autocorrelación forman un par de transformadas de Fourier.

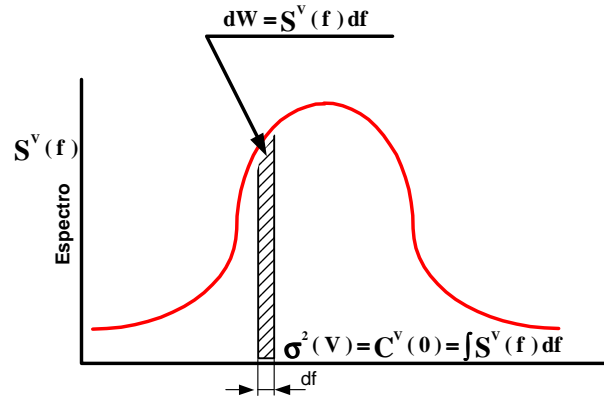


Figura 7. Espectro de potencia.

De forma resumida el viento medio es definido por la distribución de probabilidad de valores extremos anuales. Las ráfagas son definidas por la distribución de probabilidad, correlación cruzada y el espectro de potencia de las fluctuaciones de velocidad del viento. Falta, definir la respuesta de la estructura. Esta es definida también por la media, distribución de probabilidad, correlación cruzada y el espectro de potencia de las fluctuaciones. La media de la respuesta de la estructura es obtenida a partir de la media de la velocidad del viento. La distribución de la probabilidad es definida por la media y por la desviación estándar.

### 3. Parámetros estadísticos que componen la respuesta de la estructura.

Para obtenerse el espectro de potencia de respuesta de la estructura es necesario definir dos funciones:

- Admitancia mecánica.
- Admitancia aerodinámica.

Idealizando una cierta estructura como un cuerpo sujeto a una carga de tipo armónico sinusoidal, la varianza de la carga y la varianza de las deformaciones pueden ser determinadas. La razón entre la varianza de la carga y la varianza de respuesta de la estructura es la admitancia mecánica para una determinada frecuencia. Si se calcula la relación para diversas frecuencias excitadoras, se obtiene un gráfico de admitancia mecánica como el mostrado en la figura 8. Para obtener el espectro de potencia de respuesta de la estructura se multiplica el espectro de potencia de la carga por la admitancia mecánica.

$$\frac{S_r(f)}{\tilde{r}^2} = |\chi_m(f)|^2 \frac{S_f(f)}{\tilde{F}^2} \quad (5)$$

Donde:

$S_r(f)$  = Espectro de potencia de respuesta de la estructura.

$\tilde{r}$  = Representa la respuesta de la estructura

$\tilde{F}$  = Carga

$f$  = Frecuencia.

$\chi_m(f)$  = Admitancia mecánica

$\tilde{r}$  = Varianza de la respuesta.

$\tilde{F}$  = Varianza de la carga aplicada.

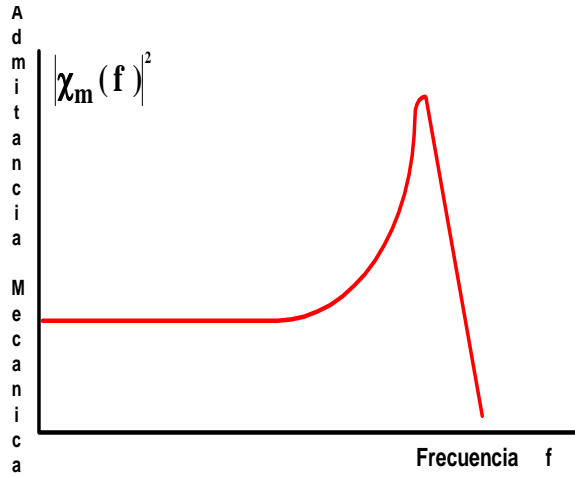


Figura 8. Admitancia mecánica.

La admitancia aerodinámica (figura 9) establece la relación entre el espectro de velocidad del viento y el espectro de carga del viento sobre la estructura. Esta función refleja la manera como las fuerzas aplicadas varían espacialmente sobre la estructura y el efecto de los coeficientes de fuerza debido a las fluctuaciones naturales del viento aplicado. La admitancia aerodinámica depende de la forma de la estructura (una torre reticulada posee una admitancia aerodinámica diferente de la de un edificio, por ejemplo). Depende también de la escala de la turbulencia del viento, o sea, del tamaño de las ráfagas. Para frecuencias bajas, la velocidad del viento puede ser considerada totalmente correlacionada a lo largo de la estructura y por tanto la estructura responderá a esas frecuencias. Por otra parte las altas frecuencias de las ráfagas llevan a correlaciones bajas o nulas y la estructura responde débilmente a esas frecuencias, disminuyendo el valor de la admitancia aerodinámica.

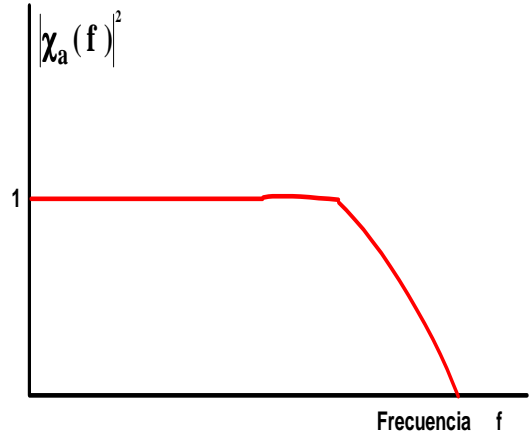


Figura 9. Admitancia aerodinámica.

Si se considera la relación entre el espectro de velocidad y el espectro de fuerza en un punto de flujo turbulento se puede demostrar [ 1 ] que;

$$\frac{S_F(f)}{\tilde{F}^2} = 4 \frac{S_v(f)}{\tilde{V}^2} \quad (6)$$

Para toda la estructura;

$$\frac{S_F(f)}{\tilde{F}^2} = 4 |\chi_a(f)|^2 \frac{S_v(f)}{\tilde{V}^2} \quad (7)$$

Combinando todos los fundamentos descritos para obtener la respuesta de la estructura se tiene que:

$$\frac{S_r(f)}{\tilde{r}^2} = 4 |\chi_a(f)|^2 |\chi_m(f)|^2 \frac{S_v(f)}{\tilde{V}^2} \quad (8)$$

El valor pico de respuesta de la estructura se determina por:

$$\hat{r} = \bar{r} + g \cdot \sigma(r) \quad (9)$$

Donde:

$\hat{r}$  = Respuesta máxima (de pico)

$\bar{r}$  = Respuesta media

$g$  = Factor de pico (relación entre el valor de la respuesta fluctuante máxima y la desviación estándar, en la mayoría de los casos entre 3 y 4)

$\sigma(r)$  = Desviación estándar.

#### 4. La representación grafica del procesamiento estadístico establecido.

La representación gráfica del procesamiento estadístico de cálculo de estructuras delgadas sometidas a la acción de las ráfagas de viento [7] resume este procedimiento, el que es ilustrado en la figura 10. Este método lleva naturalmente al empleo de programas para el cálculo de la respuesta de la estructura.

#### 5. Conclusiones.

En el presente análisis del enfoque estadístico de la acción del viento en estructuras esbeltas se puede expresar que:

- La expresión de la autocorrelación  $\rho^V(\tau)$ , obtenida mediante el cociente de la autocovarianza y la varianza, permite comparar series temporales con diferentes escalas de medidas.
- La función de densidad espectral ( $S_v(f) / \sigma^2(v)$ ) obtenida del cociente del espectro de potencia y la varianza permite comparar espectros de series con diferentes escalas.
- Se establecen los factores de admitancia mecánica y admitancia aerodinámica que permiten relacionar la varianza de la carga del viento con la varianza de la respuesta de la estructura y la relación entre el espectro de velocidad del viento y el espectro de carga del viento sobre la estructura para determinadas frecuencias.
- Se muestra un resumen grafico del procedimiento estadístico de cálculo de la respuesta de estructuras esbeltas sometidas a la acción de cargas provocadas por las ráfagas de viento.

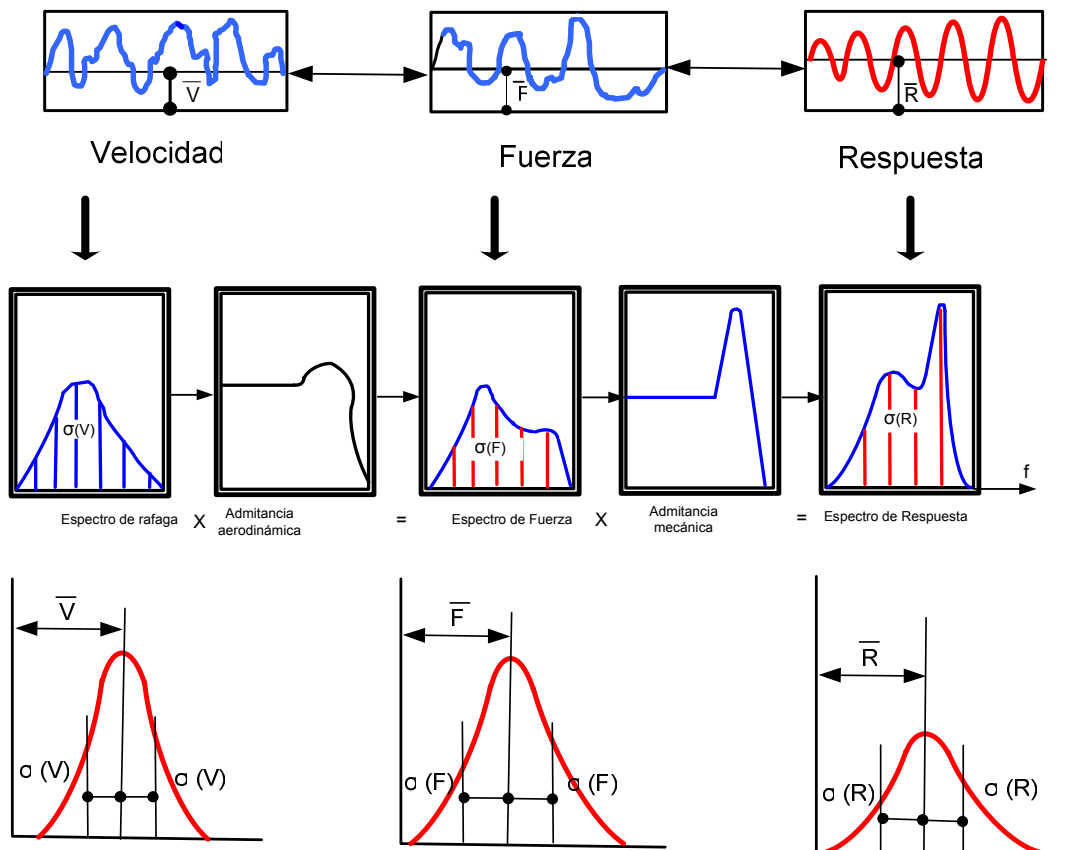


Figura 10. Representación grafica del procedimiento estadístico de calculo de la respuesta de estructuras esbeltas sometidas a las fuerzas de ráfagas de viento.

## 6. Bibliografía.

1. Anthony, K. C. "The background to statistical approach: the modern design of wind sensitive structures". Seminar at Institution of Civil Engineers, London, 1970. Proceedings.
2. American National Standard Institute. "Structural standards for steel antenna towers and antenna supporting structures" ANSI/TIA/E1A-222-F1996. Arlington, Telecommunications Industry Association, 1996.
3. American Society of Civil Engineers., "Minimum design loads for buildings and structures", ASCE 7-95, New York, 1995.
4. Associação Brasileira de normas técnicas. "Forças devidas ao vento em edificações", NBR 6123, Rio de Janeiro, Brasil, 1989.
5. Blessman, J., "Introdução ao estudo das ações dinâmicas do vento", 1. ed., Porto Alegre, UFRGS, Brasil, 1998.
6. British Standard. "Lattice towers and Mast", BS 8100, part 1, Code of practice for loading. London, 1986.
7. Celio, F. C. J., "Análise Numérica e experimental do Efeito Dinâmico do Vento em Torres Metálicas Treliçadas para Telecomunicações", Tesis de doctorado, Universidad Politécnica de São Paulo, Brasil, 2000.
8. Davenport, A. G., "The application of statistical concepts to the wind loading of structures", Proceedings/ Institution of Civil Engineers, v19, Aug 1961.
9. Davenport, A. G., "The response of slender structures to wind" Wind climate in cities, Waldron, Proceedings of NATO Advanced Study Institute, 1993.
10. European Committee for Standardization, Eurocode 1, "Basics of Design and Action on Structures", part 2-4, S. L., CEN, 1995.
11. Holmes, J. D., Banks, R. W., Roberts, G., "Drag and Aerodynamic interference on microwave dish antennas and their supporting towers", Journal of wind Engineering, 1993.
12. National Building code of Canada., "Live Loads due to Wind", Ontario, NRCC/ Canadian Commission on Buildings and Fire Codes, 1995.
13. Simiu, E., Scanlan, R. H., "Wind Effects on Structures: Fundamentals and applications to Design", 3 ed, John Wiley, New York, 1996.
14. Standards Association of Australia., "Minimum design Loads on Structures", SSA Loading Code, AS 1170.2, part 2 : Wind Loads, Sydney, Australia, 1989.
15. Taylor, A., "The Relevance to a Constructor: The Modern Design of Wind sensitive Structures", Seminar at Institution of Civil Engineers, Proceedings, ICE, London, 1970.
16. Vickery, B. J., Kao, K. H., "Drag or Along-Wind Response of Slender Structures", Journal of Structural Division, American Society of Civil Engineering, 1972.

---

## Statistical foundation of wind random effect for the calculation of slender structures.

### Abstract.

In this paper is shown an interesting statistical summary of the random characteristics of the wind with a view to considering its load effects on slender structures, considering several bibliographical sources and taking into account that outlined by diverse norms in this respect. Statistical parameters are settled down in function of the wind action.

**Key words:** Slender structures, random effect, statistical analysis, statistic.