

Utilización del factor de densidad de energía de deformación en el modelo de crecimiento de la grieta en árboles de molinos de caña de azúcar.

N. Arzola de la Peña, R. Goytisol Espinosa, J. J. Cabello Eras.

Facultad de Mecánica, Universidad de Cienfuegos "Carlos Rafael Rodríguez".

Carretera a Rodas, kilómetro 4, Cuatro Caminos, Cienfuegos.

Teléfono: 522962. E-mail: narzola@fmec.ucf.edu.cu

(Recibido el 14 de Diciembre de 2004, aceptado el 20 de Febrero de 2005)

Resumen.

En el trabajo se aplica el criterio de densidad de energía de deformación en el modelo de crecimiento de la grieta para los árboles de los molinos de caña de azúcar. La utilización de este criterio permite predecir no solamente la razón de crecimiento de las grietas sino también la inclinación que las mismas van experimentando durante su propagación, con respecto al plano inicial donde surgen. Son modelados los dos tipos de grietas que usualmente ocurren en estos elementos, la grieta semielíptica superficial y la circunferencial. Se demuestra que la grieta circunferencial siempre crece en un plano normal al eje del árbol, mientras que las semielípticas lo harán en un plano algo inclinado en dependencia del predominio de las tensiones tangenciales. La grieta circunferencial resultó ser más crítica que la semielíptica superficial.

Palabras claves: Energía de deformación, molinos de caña, propagación de grietas.

1. Introducción.

En la industria azucarera actual existe la imperiosa necesidad de aumentar la fiabilidad de sus instalaciones y disminuir las paradas tanto en número como en extensión. Los árboles de los molinos de caña son elementos pesados que trabajan bajo estados tensionales elevados. Esta situación conlleva a la falla por fatiga de los mismos. Resulta entonces importante contar con un modelo de crecimiento de las grietas que nos pueda brindar información sobre cuanto puede crecer una grieta en el tiempo bajo la acción de determinadas cargas de operación.

La densidad de energía de deformación es uno de los criterios aceptados para modelar el crecimiento de grietas. Las grietas, en los árboles de los molinos de caña de azúcar, surgen a partir de microdefectos localizados en la superficie o muy cercanos a ella y se propagan en un plano próximo a la sección transversal del árbol. La zona analizada es la localizada en el cambio en diámetro del collarín más próximo al acoplamiento cuadrado, donde se reporta la mayoría de las fallas [2, 3].

Las cargas involucradas en el cálculo de las fuerzas internas en dicha sección son las siguientes:

- Fuerza hidráulica aplicada sobre los collarines.

- Reacción del colchón de bagazo.
- Fuerzas de contacto entre las coronas y entre las coronitas.
- Fuerzas generadas en el acoplamiento cuadrado.
- Reacción de la virgen.
- Peso propio del árbol y de los elementos acoplados a él.

Las fuerzas de contacto en el acoplamiento cuadrado fueron determinadas por las expresiones de Okamura [5]. Los valores de las cargas suplementarias calculadas por esta vía son elevados, ya que considera una desalineación sensible entre el árbol superior y el árbol de salida del reductor de baja. La misma representa la condición más crítica desde el punto de vista del estado tensional.

Posteriormente, en el trabajo se presentan las expresiones para el cálculo de las tensiones normales y las tensiones tangenciales para la sección transversal del árbol. Una vez conocido el estado tensional para cualquier punto de dicha sección, es posible aplicar el criterio del factor de densidad de energía de deformación. El rango de variación del mismo podrá utilizarse en la ecuación de Paris para conocer la razón de propagación de la grieta.

2. Desarrollo.

Determinación del estado tensional.

Para los cálculos se han seleccionado los árboles de un molino promedio, que consume una potencia de 235 kW, con una velocidad de giro de 4 rpm y que opera con una fuerza hidráulica total de 350 toneladas fuerza. Las dimensiones de los árboles son las de un árbol tipo I según la norma NC 07-22, tanto para la posición superior como para las posiciones inferiores. Las fuerzas internas para los tres árboles del molino, en la sección considerada, aparecen en la Tabla 1.

Tabla 1 Fuerzas internas en cada árbol para la sección considerada.

Árbol	V_x (kN)	V_y (kN)	M_x (kN m)	M_y (kN m)	T (kN m)
Superior	185	1 636	-667	-12	200
Cañero	281	-372	-35	228	114
Bagacero	908	-1 240	531	-250	72

Por medio de estas fuerzas internas son calculadas las tensiones necesarias en la determinación de los factores de intensidad de tensiones. La tensión normal es hallada con ayuda de la expresión (1) y las tensiones tangenciales, radiales y circunferenciales, con las expresiones (2) y (3) respectivamente:

$$\sigma_{N(\varphi)} = \left[\frac{32}{\pi \cdot D^3} \cdot (M_x \cdot \sin(\varphi) + M_y \cdot \cos(\varphi)) \right] \cdot 10^{-3} \quad (1)$$

$$\tau_{r(\varphi)} = \left[\frac{64}{3 \cdot \pi \cdot D^4} \cdot \left(\frac{D^2}{4} - \rho^2 \right) \cdot (V_x \cdot \cos(\varphi) + V_y \cdot \sin(\varphi)) \right] \cdot 10^{-3} \quad (2)$$

$$\tau_{t(\varphi)} = \left[\frac{16}{3 \cdot \pi \cdot D^2} \cdot (V_y \cdot \cos(\varphi) - V_x \cdot \sin(\varphi)) + \frac{32 \cdot T}{\pi \cdot D^4} \cdot \rho \right] \cdot 10^{-3} \quad (3)$$

Donde:

φ - posición angular según el sistema de coordenadas polar ($^\circ$).

ρ - posición del vértice de la grieta respecto al centro de la sección transversal de árbol (m).

D - diámetro de la sección transversal (m).

(d = 0,457 m).

$\sigma_{N(\varphi)}$ - tensión normal (MPa).

τ_t - tensión tangencial circunferencial (MPa).

τ_r - tensión tangencial radial (MPa).

Planteamiento del criterio de energía de deformación y del modelo de crecimiento de las grietas.

Para estimar el crecimiento de la grieta bajo modos de carga combinados se selecciona el criterio basado en la densidad de energía de deformación alrededor del vértice de la grieta [6, 7]. Su valor es expresado por:

$$S = A_{11} \cdot K_I^2 + 2 \cdot A_{12} \cdot K_I \cdot K_{II} + A_{22} \cdot K_{II}^2 + A_{33} \cdot K_{III}^2 \quad (4)$$

Los coeficientes para la condición de deformación plana son calculados por:

$$A_{11} = \frac{1+\mu}{8 \cdot \pi \cdot E} \cdot (3 - 4 \cdot \mu - \cos(\theta)) \cdot (1 + \cos(\theta))$$

$$A_{12} = \frac{(1+\mu)}{4 \cdot \pi \cdot E} \cdot \sin(\theta) \cdot (\cos(\theta) + 2 \cdot \mu - 1) \quad (5)$$

$$A_{22} = \frac{1+\mu}{8 \cdot \pi \cdot E} \cdot [4 \cdot (1-\mu) \cdot (1 - \cos(\theta)) + (1 + \cos(\theta)) \cdot (3 \cdot \cos(\theta) - 1)]$$

$$A_{33} = \frac{1+\mu}{2 \cdot \pi \cdot E}$$

Donde:

K_I , K_{II} , K_{III} - Factores de intensidad de tensiones para los modos I, II y III de carga respectivamente (MPa m^{1/2}).

μ - Coeficiente de Poisson del material del árbol.

E - Módulo de elasticidad del material del árbol.

θ - Ángulo del sistema de coordenadas polar, fijo al vértice de la grieta.

La grieta crecerá en la dirección donde exista el menor valor de la densidad de energía de deformación. Las condiciones para que ocurra el crecimiento de la grieta son:

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = 0 \quad \text{para } \theta = \theta_0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0 \quad \text{para } \theta = \theta_0 \quad (7)$$

Donde θ_0 es la dirección en la que ocurrirá la propagación de la grieta. Derivando la expresión (4) se obtiene:

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = \frac{1+\mu}{4 \cdot \pi \cdot E} \cdot K_I^2 \cdot \sin(\theta) \cdot (\cos(\theta) + 2 \cdot \mu - 1) + \frac{1+\mu}{2 \cdot \pi \cdot E} \cdot K_I \cdot K_{II} \cdot [\cos(2 \cdot \theta) + (2 \cdot \mu - 1) \cdot \cos(\theta)] + \frac{1+\mu}{8 \cdot \pi \cdot E} \cdot K_{II}^2 \cdot [2 \cdot (1 - 2 \cdot \mu) \cdot \sin(\theta) - 3 \cdot \sin(2 \cdot \theta)] \quad (8)$$

Igualando la expresión (8) a cero se halla θ_0 y con este valor se comprueba que el extremo de la función es un mínimo por:

$$\frac{\partial^2 S_{(\theta_0)}}{\partial \theta^2} = \frac{1+\mu}{4 \cdot \pi \cdot E} \cdot K_I^2 \cdot (\cos(2 \cdot \theta_0) + (2 \cdot \mu - 1) \cdot \cos(\theta_0)) - \frac{1+\mu}{2 \cdot \pi \cdot E} \cdot K_I \cdot K_{II} \cdot [2 \cdot \sin(2 \cdot \theta_0) + (2 \cdot \mu - 1) \cdot \sin(\theta_0)] + \frac{1+\mu}{4 \cdot \pi \cdot E} \cdot K_{II}^2 \cdot [(1 - 2 \cdot \mu) \cdot \cos(\theta_0) - 3 \cdot \cos(2 \cdot \theta_0)] > 0 \quad (9)$$

Para cargas cíclicas el rango del factor de densidad de energía de deformación es definido por:

$$\Delta S = 2 \cdot \left[A_{11(\theta_0)} \cdot K_I^{media} \cdot \Delta K_I + A_{12(\theta_0)} \cdot (K_{II}^{media} \cdot \Delta K_I + K_I^{media} \cdot \Delta K_{II}) + A_{22(\theta_0)} \cdot K_{II}^{media} \cdot \Delta K_{II} + A_{33(\theta_0)} \cdot K_{III}^{media} \cdot \Delta K_{III} \right] \quad (10)$$

Donde:

K_I^{media} , K_{II}^{media} , K_{III}^{media} – Valores medios de los factores de intensidad de tensiones para los modos de cargas I, II y III respectivamente ($\text{MPa m}^{1/2}$).

ΔK_I , ΔK_{II} , ΔK_{III} – Rango de los factores de intensidad de tensiones para los modos de cargas I, II y III respectivamente ($\text{MPa m}^{1/2}$).

La razón de crecimiento de la grieta puede ser obtenida a través de la ecuación de Paris⁹. Esta última es relacionada con ΔS del siguiente modo:

$$\frac{da}{dN} = C_s \cdot (\Delta S)^m \quad (11)$$

Siendo:

$$C_s = C \cdot \left[\frac{2 \cdot \pi \cdot E}{(1 - 2 \cdot \mu) \cdot (1 + \mu)} \right]^{\frac{n}{2}} ; \quad m = \frac{n}{2} \quad (12)$$

Para dicho modelo se han seleccionado los valores para los coeficientes $C = 6,89 \cdot 10^{-12}$ y para $n = 3$ [1, 7]. Las ecuaciones para el cálculo de los factores de intensidad de tensiones aparecen en [4, 10].

La aplicación de este método requiere de la determinación de una nueva dirección de la grieta después de cada incremento Δa . La longitud de la grieta es considerada como la distancia entre el punto de surgimiento de la grieta y su vértice. Sih y Barthelemy [7] aplicaron este método satisfactoriamente. Los experimentos mostraron que la grieta siempre se desviará y crecerá en una dirección normal a la mayor

tensión normal principal. En otras palabras, puede plantearse que la grieta tratará de propagarse en el modo I de carga siempre que le sea posible.

El incremento de la grieta utilizado en los cálculos fue de un 10 % respecto al tamaño que posee la grieta al realizar dicho proceso. Así no se introduce un gran error y facilita el proceso de cálculo [1]. De esta forma:

$$\Delta a_{i+1} = 0,1 \cdot a_i \quad (13)$$

El tamaño inicial de grieta seleccionado es igual a

$$a_0 = 0,05 \text{ mm.}$$

La longitud total de la grieta luego de i incrementos de grieta, es hallada por:

$$a_i = \sqrt{\left(\sum (a_0 + \Delta a_i \cdot \cos(\theta_{0i}))^2 + \sum (\Delta a_i \cdot \sin(\theta_{0i}))^2 \right)} \quad (14)$$

Donde:

a_i – Longitud de la grieta; igual al segmento que une el punto de formación de la grieta con su vértice (m).

θ_{0i} – Dirección para la cual existe el mínimo valor de la densidad de energía de deformación en el vértice de la grieta, para el incremento Δa_i (m).

En la Fig. 1 se muestra dicho proceso.

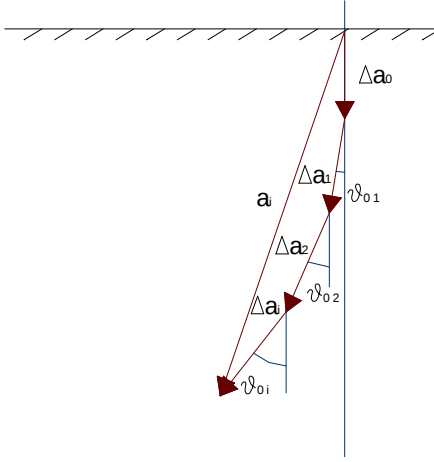


Fig. 1 Propagación y cambio de dirección de la grieta luego de cada incremento.

Evaluación de ambos modelos de grietas.

Para la grieta circunferencial superficial, $K_{II} = 0$. La derivada de primer orden de la densidad de energía de deformación será:

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = \frac{1+\mu}{4 \cdot \pi \cdot E} \cdot K_I^2 \cdot \sin(\theta) \cdot (\cos(\theta) + 2 \cdot \mu - 1) \quad (15)$$

De modo que S tendrá valores límites para:

$$\theta = 0^\circ$$

$$\theta = \cos^{-1}(1 - 2 \cdot \mu) = 66,42^\circ$$

Evaluando la derivada de segundo orden, se obtiene:

$$\begin{aligned} \text{para } \theta = 0 \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} &= \frac{1+\mu}{4 \cdot \pi \cdot E} \cdot (2 \cdot \mu) \cdot K_I^2 > 0 \\ \text{para } \theta = \cos^{-1}(1 - 2 \cdot \mu) \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} &= \frac{1+\mu}{4 \cdot \pi \cdot E} \cdot [(1 - 2 \cdot \mu)^2 - 1] \cdot K_I^2 < 0 \end{aligned} \quad (16)$$

El resultado muestra que la grieta circunferencial siempre crecerá normal a la superficie del árbol.

Para la grieta semielíptica superficial, pueden plantearse 3 condiciones matemáticas de interés, a saber:

$$K_I \gg K_{II}$$

$$K_I \cong K_{II}$$

$$K_I \ll K_{II}$$

Para la primera condición, los dos últimos términos de la expresión (2) podrán ser despreciados, de forma que:

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} \cong \frac{1+\mu}{4 \cdot \pi \cdot E} \cdot K_I^2 \cdot \sin(\theta) \cdot (\cos(\theta) + 2 \cdot \mu - 1) \quad (17)$$

El resultado que se obtiene es similar al de la grieta circunferencial superficial. La grieta se propagará en el plano de la sección transversal del árbol.

Para la segunda condición, asumiendo que $K = K_I = K_{II}$ se obtiene.

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} = \frac{1+\mu}{2 \cdot \pi \cdot E} \cdot K^2 \cdot \left[(2 \cdot \mu - 1) \cdot \cos(\theta) + \cos(2 \cdot \theta) - \frac{1}{2} \cdot \sin(2 \cdot \theta) \right] \quad (18)$$

La expresión anterior toma valor cero para $\theta = 22^\circ$ y $\theta = -52^\circ$.

Evaluando la derivada de segundo orden.

$$\frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} = \frac{1+\mu}{2 \cdot \pi \cdot E} \cdot K^2 \cdot [(1 - 2 \cdot \mu) \sin(\theta) - \cos(2 \cdot \theta) - 2 \cdot \sin(2 \cdot \theta)]$$

$$\text{para } \theta = 22^\circ \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} < 0$$

$$\text{para } \theta = -52^\circ \quad \frac{\partial^2 S}{\partial \theta^2} > 0$$

En este caso la grieta crecerá con una inclinación de alrededor de -52° respecto al plano de la sección transversal.

Por último, se tiene la tercera condición. Los dos primeros términos de (2) pueden despreciarse por ser pequeños. Obteniéndose:

$$\frac{\partial S}{\partial \theta} \cong \frac{1+\mu}{8 \cdot \pi \cdot E} \cdot K_{II}^2 \cdot [2 \cdot (1 - 2 \cdot \mu) \cdot \sin(\theta) - 3 \cdot \sin(2 \cdot \theta)] \quad (19)$$

La derivada de primer orden se anula para:

$$\theta \cong 0^\circ$$

$$\theta \cong \cos^{-1} \left(\frac{1 - 2 \cdot \mu}{3} \right) = \pm 82^\circ$$

Evaluando la derivada de segundo orden se obtiene que el valor mínimo del factor de densidad de energía de deformación se obtiene en los dos planos inclinados alrededor de 82° respecto al plano de la sección transversal del árbol.

Análisis de los resultados

Como se ha comprobado, el modo de carga III, aunque influye en la razón de propagación de la grieta, no interesa en el cálculo de la dirección en que ella se propaga.

Desde el punto de vista práctico el factor de intensidad de tensiones para el modo II de carga, posee un valor muy pequeño para grietas de pequeño tamaño

cuando es comparado con el factor de intensidad de tensiones para el modo I de carga. Debido a que la tensión tangencial radial no posee una gran magnitud para puntos próximos a la superficie. El análisis de estas situaciones teóricas lleva a las siguientes conclusiones para los árboles de los molinos de caña con una grieta sometida a modo mixto de carga.

- Una grieta circunferencial superficial siempre crecerá en el plano de la sección transversal del árbol, independientemente de los tipos de esfuerzos que actúen en la misma. Los modos de carga que pueden existir en la zona del vértice de la grieta son el I y el III.
- Una grieta superficial semielíptica comenzará a crecer desde la superficie de forma normal a ella y posteriormente durante su crecimiento irá cambiando su dirección. Esto último ocurrirá en forma más o menos pronunciada en dependencia del valor relativo de K_{II} con respecto a K_I . Como existe un gradiente para la tensiones tangenciales producidas por las fuerzas de cortante, el factor de intensidad de tensiones para el modo II de carga irá aumentando a medida que la grieta se haga mayor. Como consecuencia la inclinación será más pronunciada a medida que la grieta se vaya extendiendo. Dicha inclinación pudiera alcanzar 52° si K_{II} llega a tener la misma magnitud de K_I . Situación que no ocurre para los árboles analizados.

En la Tabla 2 son mostrados los resultados obtenidos al iniciar los cálculos para el caso de la grieta superficial circunferencial y en la Tabla 3 para el caso de la grieta superficial semielíptica para los tres árboles.

En las Figuras 2, 3 y 4 son mostrados los gráficos de crecimiento subcrítico de los dos tipos de grietas para el árbol superior, el cañero y el bagacero respectivamente. La grieta circunferencial resulta ser más crítica que la semielíptica, presentando una razón de crecimiento mayor. En la Tabla 3 es mostrado el intervalo de tiempo que transcurre desde que la grieta posee el tamaño mínimo detectable hasta que alcanza su tamaño máximo permisible para todos los casos.

Los cálculos se han realizado en el caso de la grieta semielíptica, para el punto más profundo donde existe el modo mixto de carga I – II – III. La intersección del vértice de la grieta con la superficie posee los modos I y III de carga. Para este último la grieta no inclinará su trayectoria, sino que se propagará circunferencialmente. Según [2], al realizar una amplia caracterización sobre la falla de estos elementos, las grietas presentaron las inclinaciones promedio mostradas en la Tabla 5.

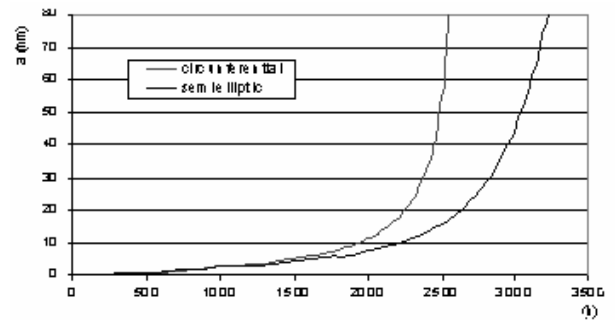


Figura 2. Predicción del crecimiento de la grieta para el árbol superior.

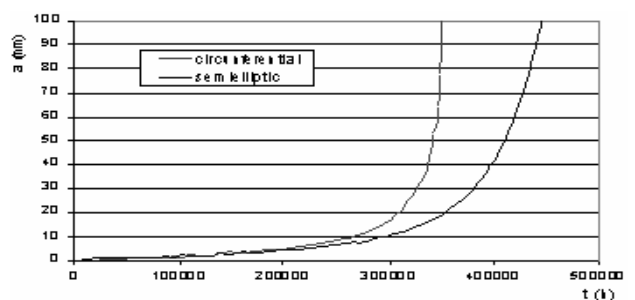


Figura 3. Predicción del crecimiento de la grieta para el árbol cañero

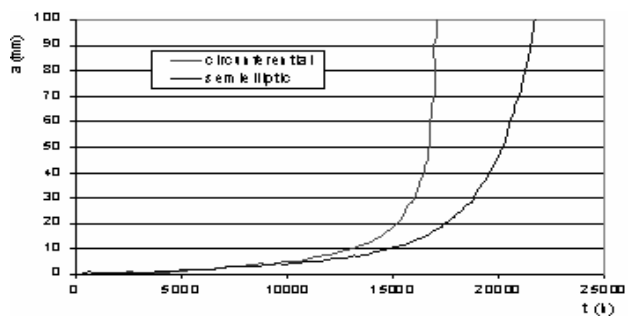


Figura 4. Predicción del crecimiento de la grieta para el árbol bagacero.

Tabla 4 Intervalo de tiempo desde a_d hasta a_p (días).

Árbol	Tipo de grieta	
	semi elíptica	circunferencial
superior	55	45
cañero	11 000	6 942
bagacero	523	337

Tabla 5 Inclinaciones de grietas reportadas.

No. de árboles	Inclinación de la grieta ($^\circ$)
13	0 – 5
28	6 – 10
23	11 – 15
8	16 – 20

Tabla 2 Resultados para la grieta superficial circunferencial.

No.	Árbol superior			Árbol cañero			Árbol bagacero		
	ΔS^{prom} (J/m ²)	a (mm)	H (h)	ΔS^{prom} (J/m ²)	a (mm)	H (h)	ΔS^{prom} (J/m ²)	a (mm)	H (h)
1	24,942	0,50	51	0,902	0,50	7 474	6,880	0,50	355
2	26,933	0,55	102	0,975	0,55	14 792	7,431	0,55	703
3	29,031	0,61	151	1,052	0,61	21 977	8,012	0,61	1 045
4	31,230	0,67	200	1,133	0,67	29 052	8,622	0,67	1 382
5	33,524	0,73	249	1,217	0,73	36 039	9,259	0,73	1 715
6	35,902	0,81	297	1,305	0,81	42 962	9,921	0,81	2 045
7	38,350	0,89	344	1,395	0,89	49 849	10,602	0,89	2 374
8	40,853	0,97	392	1,488	0,97	56 724	11,300	0,97	2 702
9	43,389	1,07	440	1,583	1,07	63 619	12,009	1,07	3 032
10	45,935	1,18	489	1,679	1,18	70 564	12,723	1,18	3 365
11	48,464	1,30	538	1,775	1,30	77 595	13,433	1,30	3 703
12	50,946	1,43	588	1,869	1,43	84 748	14,133	1,43	4 047
13	53,353	1,57	640	1,962	1,57	92 064	14,815	1,57	4 400
14	55,653	1,73	693	2,052	1,73	99 590	15,470	1,73	4 763
15	57,823	1,90	749	2,138	1,90	107 374	16,092	1,90	5 140
16	59,845	2,09	806	2,220	2,09	115 469	16,677	2,09	5 533
17	61,715	2,30	867	2,297	2,30	123 928	17,222	2,30	5 945
18	63,448	2,53	931	2,370	2,53	132 805	17,734	2,53	6 379
19	65,094	2,78	999	2,441	2,78	142 145	18,225	2,78	6 837
20	66,741	3,06	1 071	2,513	3,06	151 980	18,720	3,06	7 320
21	68,542	3,36	1 147	2,592	3,36	162 309	19,261	3,36	7 830
22	70,733	3,70	1 227	2,686	3,70	173 081	19,914	3,70	8 364
23	73,677	4,07	1 309	2,808	4,07	184 166	20,778	4,07	8 915
24	77,916	4,48	1 392	2,978	4,48	195 332	22,004	4,48	9 471
25	84,281	4,92	1 474	3,225	4,92	206 229	23,822	4,92	10 013
26	92,902	5,42	1 552	3,555	5,42	216 586	26,268	5,42	10 529
27	102,486	5,96	1 625	3,921	5,96	226 420	28,986	5,96	11 018
28	113,099	6,55	1 695	4,327	6,55	235 754	31,997	6,55	11 482
29	124,859	7,21	1 761	4,776	7,21	244 607	35,336	7,21	11 922
30	137,893	7,93	1 824	5,274	7,93	253 000	39,041	7,93	12 339
31	152,361	8,72	1 883	5,827	8,72	260 947	43,161	8,72	12 733

Tabla 3 Resultados para la grieta superficial semielíptica.

No.	Árbol superior				Árbol cañero				Árbol bagacero			
	ΔS^{prom} (J/m ²)	a (mm)	H (h)	Inclinación (°)	ΔS^{prom} (J/m ²)	a (mm)	H (h)	Inclinación (°)	ΔS^{prom} (J/m ²)	a (mm)	H (h)	Inclinación (°)
1	25,532	0,55	110	0,13	0,932	0,55	15 822	0,21	7,066	0,55	758	0,24
2	27,510	0,60	164	0,14	1,005	0,60	23 514	0,23	7,616	0,60	1 127	0,26
3	29,580	0,67	217	0,16	1,082	0,67	31 093	0,26	8,192	0,67	1 491	0,29
4	31,736	0,73	270	0,17	1,162	0,73	38 583	0,28	8,793	0,73	1 850	0,32
5	33,969	0,81	322	0,19	1,245	0,81	46 010	0,31	9,415	0,81	2 208	0,36
6	36,263	0,89	374	0,21	1,331	0,89	53 404	0,34	10,057	0,89	2 564	0,39
7	38,603	0,97	426	0,23	1,419	0,97	60 794	0,38	10,712	0,97	2 920	0,43
8	40,969	1,07	478	0,26	1,508	1,07	68 212	0,42	11,375	1,07	3 278	0,48
9	43,337	1,18	531	0,29	1,598	1,18	75 693	0,47	12,042	1,18	3 639	0,53
10	45,681	1,30	585	0,32	1,687	1,30	83 275	0,51	12,703	1,30	4 006	0,59
11	47,974	1,43	640	0,35	1,776	1,43	91 000	0,57	13,352	1,43	4 381	0,65
12	50,185	1,57	696	0,39	1,862	1,57	98 914	0,63	13,981	1,57	4 766	0,72
13	52,286	1,73	755	0,43	1,945	1,73	107 067	0,70	14,583	1,73	5 163	0,80
14	54,252	1,90	816	0,48	2,024	1,90	115 516	0,78	15,150	1,90	5 576	0,89
15	56,066	2,09	880	0,53	2,099	2,09	124 320	0,86	15,678	2,09	6 007	0,98
16	57,724	2,30	947	0,59	2,168	2,30	133 541	0,96	16,166	2,30	6 460	1,09
17	59,240	2,53	1 018	0,66	2,234	2,53	143 242	1,07	16,617	2,53	6 938	1,22
18	60,656	2,78	1 093	0,73	2,297	2,78	153 477	1,19	17,045	2,78	7 444	1,35
19	62,054	3,06	1 173	0,82	2,360	3,06	164 288	1,32	17,471	3,06	7 981	1,51
20	63,573	3,36	1 258	0,91	2,428	3,36	175 681	1,47	17,933	3,36	8 548	1,68
21	65,426	3,70	1 348	1,01	2,510	3,70	187 608	1,64	18,492	3,70	9 145	1,87
22	67,940	4,07	1 441	1,13	2,616	4,07	199 936	1,82	19,237	4,07	9 763	2,08
23	71,601	4,48	1 536	1,25	2,765	4,48	212 417	2,02	20,303	4,48	10 390	2,30
24	77,147	4,92	1 629	1,38	2,983	4,92	224 667	2,23	21,895	4,92	11 006	2,54
25	84,663	5,42	1 718	1,52	3,274	5,42	236 387	2,45	24,038	5,42	11 595	2,80
26	92,941	5,96	1 803	1,67	3,594	5,96	247 596	2,70	26,397	5,96	12 158	3,07
27	102,009	6,55	1 885	1,83	3,944	6,55	258 321	2,96	28,982	6,55	12 697	3,38
28	111,936	7,21	1 963	2,01	4,327	7,21	268 585	3,26	31,815	7,21	13 212	3,71
29	122,789	7,93	2 038	2,21	4,747	7,93	278 412	3,58	34,918	7,93	13 704	4,08
30	134,656	8,72	2 109	2,43	5,207	8,72	287 822	3,94	38,317	8,72	14 176	4,48
31	147,617	9,60	2 178	2,68	5,709	9,59	296 838	4,32	42,041	9,59	14 627	4,92

3. Conclusiones.

1. El factor de densidad de energía de deformación resulta apropiado para describir el proceso de propagación de grietas en árboles sometidos a flexión - torsión - fuerza de cortante. Tanto para grietas de tipo circunferencial como semielípticas.
2. A pesar de que la aplicación del criterio de densidad de energía de deformación es algo más complicado que el factor de intensidad de tensiones equivalente, brinda mayor información sobre el comportamiento de la grieta. La inclinación de la grieta puede ser conocida.
3. Una grieta superficial circunferencial en un árbol sometida a modo mixto de carga. I – III siempre se propagará en el plano de la sección transversal. Mientras que una grieta semielíptica sometida a modo mixto de carga I – II – III comenzará a propagarse en dicho plano y posteriormente irá inclinando su trayectoria. Su desviación será más pronunciada en dependencia de la razón K_{II}/K_I .
4. Existe correspondencia entre las inclinaciones de grietas reportadas y los valores calculados. Por ejemplo, una grieta semielíptica en el árbol bagacero varía su inclinación desde 10° cuando posee una profundidad de 20 mm hasta una inclinación de 25° para una profundidad de 60 mm.

Lamentablemente no se aclara en [2] la forma en que se midió dicha inclinación ni que posición tenían los árboles en el molino.

5. Según este criterio los árboles deberán ser inspeccionados, al menos una vez, para los siguientes intervalos de tiempo:

Árbol superior	45 días de operación
Árbol cañero	No necesita ser inspeccionado
Árbol bagacero	240 días de operación

4. Referencias.

1. Dowling, N. E. "Mechanical Behavior of Materials: Engineering methods for deformation, fracture, and fatigue". Upper Saddle River (NJ) : Prentice Hall, cop. 1999. p.239-550.
2. Fernández, G. S. "Investigación sobre el origen y desarrollo de la falla en árboles de molinos de centrales azucareros". Tesis en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas. 1982, 161 p.
3. Herrera, E. "Roturas de Guijos". Memorias ATAC. 29 Conf. Annual. La Habana. No. 11, 1956, p323-335.
4. Murakami, Y. "Stress intensity factors handbook". Oxford : Pergamon Press, 1988. p. 400-560.
5. Okamura, H., Tanuka, H. And Terao, M. (1972). Square box couplings in cane mill drivers, Parts 1 and 2. International Sugar Journal, 291-293 and 323-327.
6. Sih, G- C. and Barthelemy, B. M. "Mixed Mode Fatigue Crack Growth Predictions", Engineering Fracture Mechanics, Vol. 13, 1980, pp. 439 – 451.
7. Sih, G. C. "Mechanics of Fracture, Vol. 1, Noordhoff International Publishing, Leyden, 1973, pp. 23 – 44.
8. Shigley J.E. y Ch. R. Mischke, Mechanical Engineering Design. Sexta Edición. Boston: Mc Graw Hill, 2001.--1248p.
9. Socie, D. F. and Marquis G. B. "Multiaxial Fatigue". Society of Automotive Engineers. 2000. pp. 232 – 272.
10. Tada, H. Paris, P. C. Irwin, G. R. "The stress analysis of cracks handbook". St. Louis (MO) : Del Research Corporation, 1973. p. 452-620.

Use of the density deformation energy factor in the crack growth pattern of sugar cane mills axles.

Abstract.

In this paper the approach of the density deformation energy factor in the crack growth pattern of sugar cane mills axles is applied. The use of this approach allows predicting not only the rate of cracks growth but also the inclination that the same ones experienced during its propagation, with regard to the initial plane where they arise. The two types of cracks that usually happens in these elements are modelled, the semielliptical superficial crack and the circumferential. It is demonstrated that the circumferential crack always grows in a normal plane to the axis of the axle, while the semielliptical will make it in a plane something bowed in dependence of the prevalence of the tangential tensions. The circumferential crack turned out to be more critical than the semielliptical superficial.

Keywords: Energy of deformation, cane mills, crack propagation.