

Cálculo de Vida Útil de Engranajes Cilíndricos según Criterio de Resistencia a Fatiga del Material.

Dr. Gonzalo González Rey

Departamento de Mecánica Aplicada. Facultad de Ingeniería Mecánica. Instituto Superior Politécnico José A. Echeverría (CUJAE). Calle 127 s/n, Marianao 15, Ciudad de la Habana, Cuba. cidim@mecanica.cujae.edu.cu

Resumen.

En el trabajo se presentan las fórmulas y relaciones necesarias que permiten determinar un valor de vida útil de referencia previendo la rotura por fatiga de los dientes de acero en ruedas de engranajes cilíndricos. La base de las fórmulas y relaciones corresponden a la norma AGMA 2105-C95 dirigida al cálculo de la capacidad de carga de los engranajes cilíndricos.

Introducción.

El fenómeno por el cual los materiales pierden resistencia cuando están sometidos a ciclos de esfuerzos variables en el tiempo, se denomina *fatiga*. La práctica totalidad de los engranajes industriales sufren cargas variables que están asociadas a la rotura por fatiga del material de los dientes, debido a que la casi generalidad de los engranajes presentan algún tipo de movimiento o reciben cargas que no son constantes. Este hecho crea la necesidad de realizar estudios de la resistencia a la fatiga de los materiales en ruedas dentadas que permitan aproximar en las fases de diseño o comprobación el comportamiento que experimentarán las piezas al cabo de un determinado número de ciclos de carga.

Como se conoce, el estudio a fatiga no es una ciencia exacta y absoluta, de la cual pueden obtenerse resultados exactos, sino que es un estudio aproximado y relativo, con muchos componentes del cálculo estadístico. Cuanto más exacto deba ser el cálculo, más datos provenientes de ensayos serán necesarios. En este sentido, la determinación de los esfuerzos límites por rotura a fatiga de los materiales con empleos industriales, en particular el acero, requiere de la realización de una gran variedad de ensayos que permitan definir la magnitud del esfuerzo de rotura por fatiga según un número de ciclos determinado. El gráfico más sencillo que permite identificar el esfuerzo límite por fatiga del material de una pieza con el número de ciclos de trabajo que puede soportar, es el conocido diagrama de Whöler (ver figura 1).

En el diagrama de Whöler, es usual representar el logaritmo del esfuerzo límite por fatiga σ_{FT} en función del logaritmo del número de ciclos $\text{Log } N$. La figura 1 es el comportamiento típico del acero. Como se puede comprobar en la figura, a partir de 10^6 ciclos la parte de la curva correspondiente al límite a fatiga del acero tiene un cambio significativo de su pendiente y es significativamente menor que la correspondiente a números de ciclos de carga entre 10^3 y 10^6 . En teoría, muchas veces se acepta que el tramo de la curva a partir de 10^6 ciclos se comporta con pendiente cero y se declara el valor correspondiente al esfuerzo donde inicia la parte asintótica de la curva como el correspondiente a; esfuerzo límite por fatiga para cualquier número de ciclos de carga mayor que el número básico de ciclos de carga establecido (en la figura 1 corresponde $N_b = 10^6$ ciclos).

En el caso particular de los engranajes, donde la práctica demanda que estos elementos de máquinas mantengan su capacidad de carga para número de ciclos de cargas superiores a los números básicos establecidos en los ensayos del comportamiento de los materiales, es útil considerar la magnitud de resistencia a la fatiga del material en el caso de número alto de ciclos de carga.

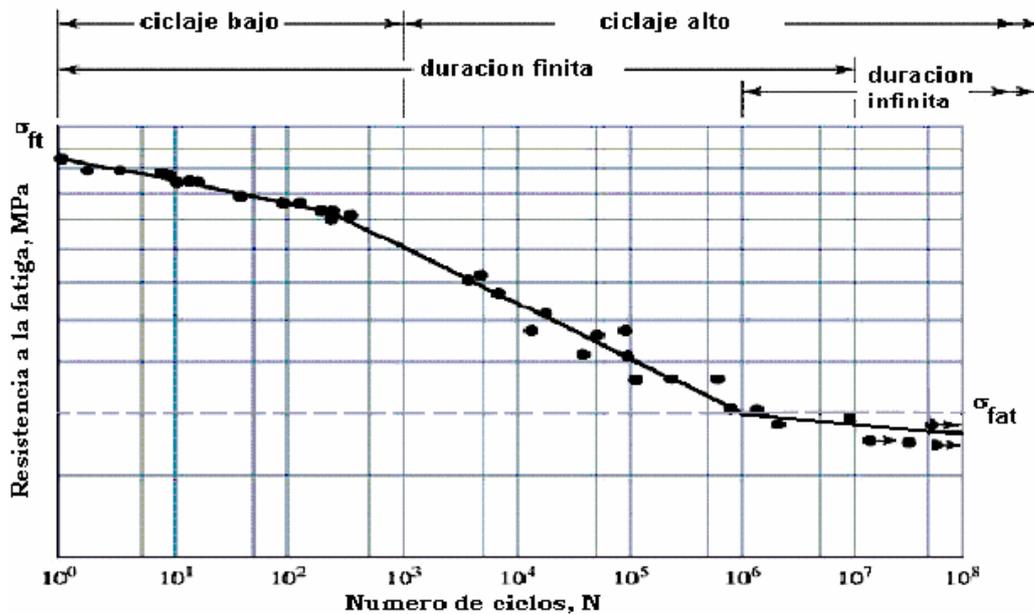


Figura 1 - Diagrama de Whöler representando el comportamiento típico de la resistencia a la fatiga del acero a diferentes número de ciclos de carga.

La necesidad de precisar el valor del esfuerzo límite por fatiga de los materiales para ruedas dentadas en determinados número de ciclos de carga ha promovido una precisión de los esfuerzos límites para los dientes de las ruedas dentadas. En este sentido, es un buen ejemplo la norma AGMA 2105-C95¹ que declara las siguientes fórmulas para evaluar los esfuerzos límites por fatiga volumétrica y superficial de los dientes de acero de las ruedas dentadas.

$$(1) \quad [\sigma_F] = \frac{\sigma_{F \text{ lim}} \cdot Y_N}{S_F \cdot C_T \cdot Y_Z}$$

$$(2) \quad [\sigma_H] = \frac{\sigma_{H \text{ lim}} \cdot Z_N \cdot Z_W}{S_H \cdot C_T \cdot Y_Z}$$

[σ_F]: Esfuerzo admisible por fatiga del material a una tensión de flexión intermitente [MPa].

[σ_H]: Esfuerzo admisible por fatiga del material a una tensión de contacto intermitente [MPa].

σ_{F lim}: Esfuerzo límite para una tensión de flexión intermitente [MPa].

σ_{H lim}: Esfuerzo límite para una tensión de contacto intermitente [MPa].

S_F: Coeficiente de seguridad por rotura a fractura del diente.

S_H: Coeficiente de seguridad por rotura a picadura del diente.

Y_N: Coeficiente de durabilidad por esfuerzo de flexión.

Z_N: Coeficiente de durabilidad por esfuerzo de contacto.

C_T: Factor por temperatura.

Y_Z: Factor por fiabilidad.

Z_w : Coeficiente por endurecimiento de los flancos durante el trabajo.

En particular los factores Y_N y Z_N toman en cuenta la posibilidad de emplear diferentes valores de esfuerzos límites a flexión en la base y flanco del diente, cuando se estima que en los dientes de la rueda analizada actuara una cantidad de ciclos de carga diferente al número de ciclos básicos, establecido durante los ensayos para la determinación de los esfuerzos límites por fatiga.

Tomando en cuenta, el estado actual de definición del comportamiento de la resistencia de los materiales a fatiga para las ruedas dentadas, se hace evidente la posibilidad de reformular las relaciones para valorar la capacidad de carga de los engranajes y su interrelación con la geometría. En ese sentido, es objetivo de este trabajo brindar las formulas necesarias para el cálculo de la vida útil de referencia previendo la rotura por fatiga de los dientes de acero en ruedas de engranajes cilíndricos.

Determinación de los coeficientes de durabilidad.

Para la verificación de la capacidad de carga de los engranajes cilíndricos han sido dos los criterios más difundidos y estudiados: *resistencia a los esfuerzos de contacto* y *resistencia a las tensiones en la base del diente*, los cuales han servido de base a diversas normas de comprobación de este tipo de engranaje^{1,2}.

El criterio de resistencia a los esfuerzos de contacto analiza la capacidad de trabajo de los flancos activos de los dientes considerando que no ocurra un deterioro por fatiga superficial (picadura) antes de un plazo de tiempo previsto (ver figura 2a). En cambio, el criterio de resistencia a los esfuerzos en la base (fondo) del diente verifica que no ocurra la fractura de los diente por fatiga volumétrica (ver figura 2b) y pueda ser cumplido el plazo de tiempo esperado para el servicio en explotación.

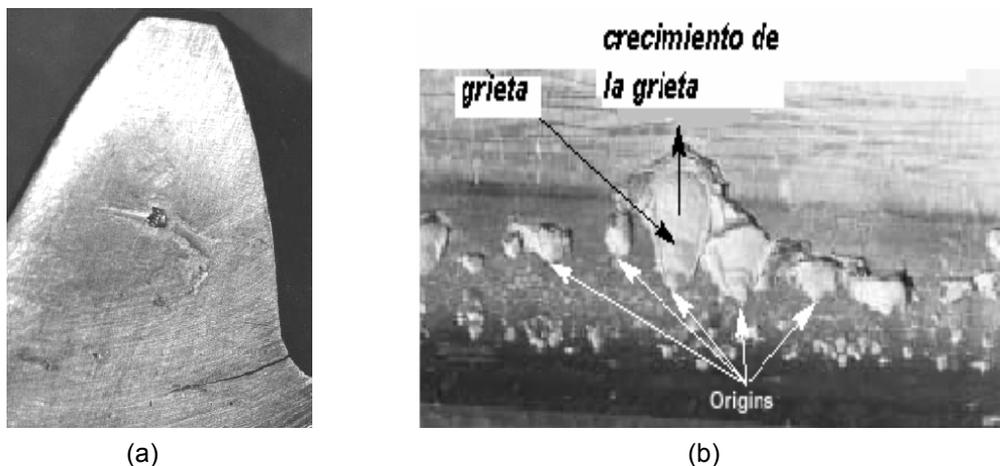


Figura 2 – Muestra de las roturas típicas de los dientes de las ruedas dentadas. (a) Fractura del diente en la base por fatiga volumétrica del material. (b) Picadura del flanco activo del diente por fatiga superficial.

Los criterios de resistencia a la picadura y a la fractura de los dientes, aplicados a modelos adecuados de cálculo, permiten la obtención de ecuaciones básicas que una vez mejoradas con la introducción de algunos coeficientes teóricos y prácticos, permiten que su aplicación al cálculo de los engranajes sea un reflejo más fiel de la realidad. Por lo tanto, la verificación de la capacidad de carga de los engranajes se basa en las confrontaciones de los esfuerzos de contacto calculados con los admisibles. La norma AGMA 2105-C95 declara las siguientes fórmulas para la comprobación de la capacidad de carga de los dientes de acero de las ruedas dentadas previendo la resistencia del material a la fatiga volumétrica y superficial,

$$(3) \quad \sigma_H = Z_E \cdot \sqrt{\frac{F_T \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_\beta \cdot Y_X}{b_w \cdot d_1 \cdot I}} \leq [\sigma_H] = \frac{\sigma_{H \text{ lim}} \cdot Z_N \cdot Z_W}{S_H \cdot C_T \cdot Y_Z}$$

$$(4) \quad \sigma_F = F_T \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_\beta \cdot Y_X \cdot \frac{K_B}{b \cdot m_T \cdot J} \leq [\sigma_F] = \frac{\sigma_{F \text{ lim}} \cdot Y_N}{S_F \cdot C_T \cdot Y_Z}$$

Siendo:

σ_F : Esfuerzo de flexión [MPa].

σ_H : Esfuerzo de contacto [MPa].

Z_E : Coeficiente de elasticidad [Mpa^{1/2}].

F_T : Fuerza tangencial o circunferencial [N].

K_A : Factor de sobrecarga.

K_V : Factor dinámico.

K_β : Coeficiente de concentración de la carga.

K_B : Factor de espesor de corona.

Y_X : Factor de tamaño.

b_w : Ancho de engranaje [mm]

b : Ancho del diente en la base [mm]

d_1 : Diámetro primitivo (referencia) del piñón [mm].

m_T : Módulo transversal [mm]

I : Factor geométrico para picadura (esfuerzos de contacto).

J : Factor geométrico de flexión.

Tomando como base las fórmulas (1), (2), (3) y (4) es posible la determinación de los factores de durabilidad para esfuerzos de flexión y esfuerzos de contacto según se muestra en las ecuaciones (5) y (6).

$$(5) \quad Z_N = Z_E \cdot \sqrt{\frac{F_T \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_\beta \cdot Y_X}{b_w \cdot d_1 \cdot I}} \cdot \frac{S_H \cdot C_T \cdot Y_Z}{\sigma_{H \text{ lim}} \cdot Z_W}$$

$$(6) \quad Y_N = \frac{F_T \cdot K_A \cdot K_V \cdot K_\beta \cdot Y_X \cdot K_B \cdot S_F \cdot C_T \cdot Y_Z}{\sigma_{F \text{ lim}} \cdot b \cdot m_T \cdot J}$$

Determinación de la vida útil de referencia.

Conociendo que los factores de durabilidad Z_N y Y_N permiten interrelacionar los valores de esfuerzos límites que corresponden a un determinado número de ciclos de carga, es posible determinar la vida útil esperada en explotación cuando es realizado un análisis en la condición extrema de igualdad de los esfuerzos que actúan en los dientes con los esfuerzo admisibles por fallo. En estas condiciones, puede ser evaluado el número de ciclos de carga esperado hasta la rotura del diente por fatiga volumétrica (fractura del diente en la base) o fatiga superficial (picadura en el flanco activo) con empleo de los valores de los factores de durabilidad Z_N y Y_N determinados por las fórmulas (5) y (6) y haciendo uso de los gráficos aportados en la norma AGMA 2105-C95 (ver figuras 3 y 4).

Una vez determinados los números de ciclos de carga correspondientes a las magnitudes calculadas de los factores de durabilidad Z_N y Y_N puede ser conocida la cantidad de horas de explotación de una rueda

dentada previendo la rotura por fatiga por fractura de la base del diente (H_{σ_F}) y picadura del flanco del diente (H_{σ_H}) para un ciclo de explotación a régimen nominal o equivalente, mediante las ecuaciones (7) y (8).

$$(7) \quad H_{\sigma_H} = \frac{N_{\sigma_H}}{60 \cdot n \cdot q} \quad (\text{horas})$$

$$(8) \quad H_{\sigma_F} = \frac{N_{\sigma_F}}{60 \cdot n \cdot q} \quad (\text{horas})$$

Donde:

N_{σ_H} : Número de ciclos de carga correspondiente al factor de durabilidad Z_N en el gráfico de la figura 3.

N_{σ_F} : Número de ciclos de carga correspondiente al factor de durabilidad Y_N en el gráfico de la figura 4.

n : Frecuencia de rotación de la rueda (min^{-1})

q : Número de aplicaciones de carga en una vuelta de la rueda dentada. Puede ser diferente para los casos de picadura y fractura por lo que se requiere analizar por separado cada sección de los esfuerzos a flexión y a contacto.

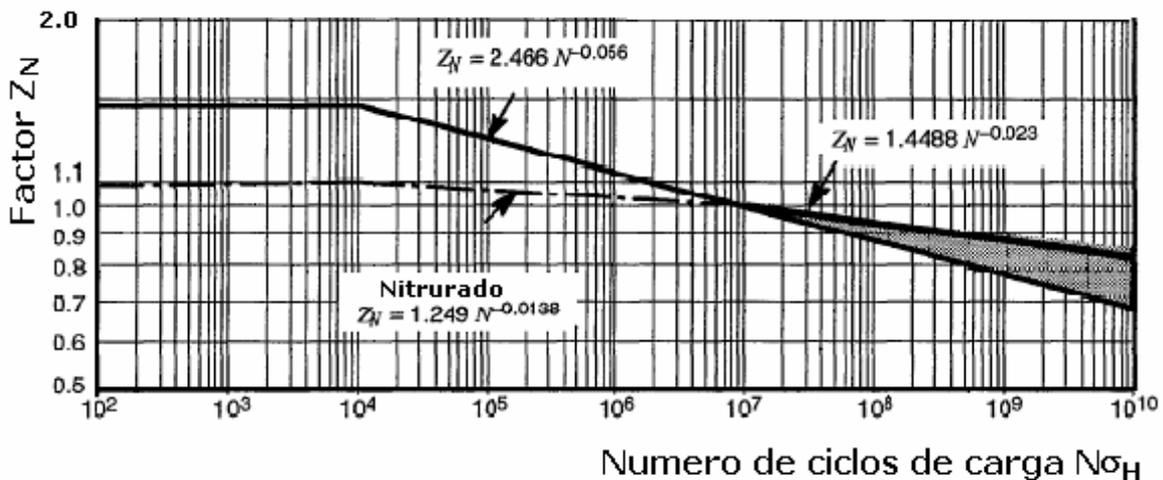


Figura 3. Gráfico para la determinación del factor de durabilidad Z_N previendo rotura por picadura de los flancos activo de los dientes. Figura tomada de la Norma AGMA 2105-C95.

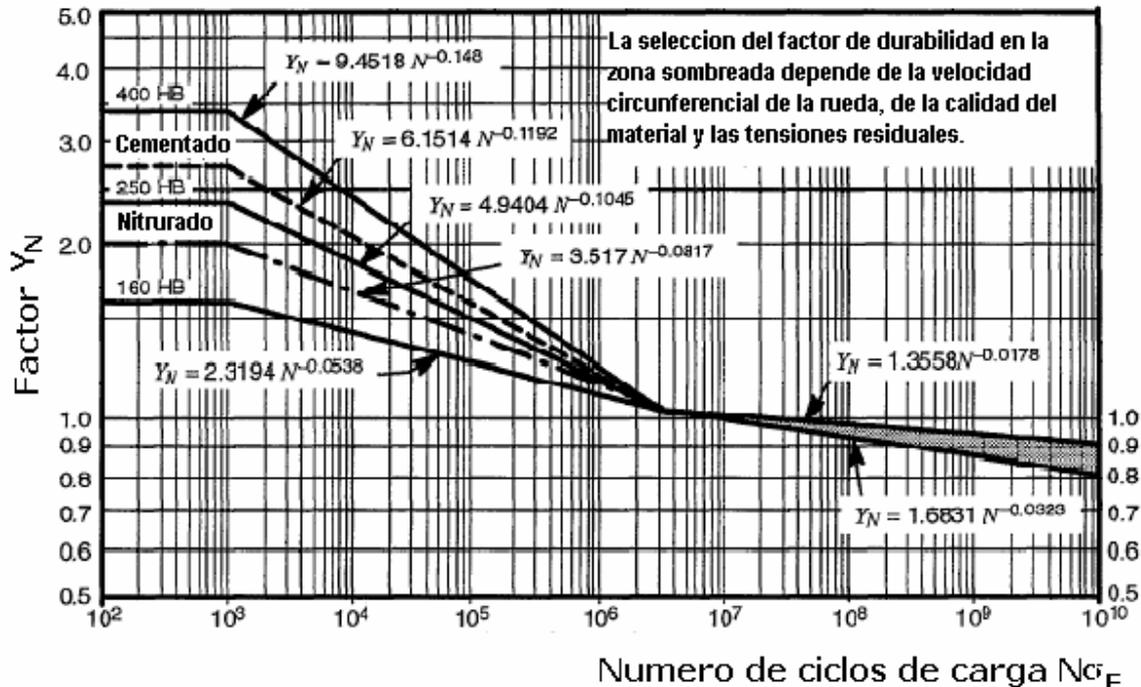


Figura 4. Grafico para la determinación del factor de durabilidad Y_N previendo rotura por fractura del diente en la base. Figura tomada de la Norma AGMA 2105-C95.

Solución de caso.

Con el objetivo de demostrar la factibilidad del cálculo de la vida útil de referencia de un engranaje cilíndrico, es presentada la valoración de la vida útil esperada del piñón de un engranaje considerando la fatiga superficial de los flancos activos de los dientes. En la Tabla 1 se informa sobre los datos disponibles para la valoración del caso.

Tabla 1.- Datos de partida para el cálculo de la vida útil de referencia del piñón de un engranaje considerando la rotura por picadura de los flancos de los dientes.

Parámetro	magnitud
Número de dientes del piñón	$z_1 = 21$
Número de dientes de la rueda	$z_2 = 44$
Diámetro de referencia del piñón	$d_1 = 135,7 \text{ mm}$
Módulo transversal	$m_t = 6,46$
Ancho de engranaje	$b_w = 52 \text{ mm}$
Ángulo de presión de la herramienta de corte	$\alpha = 20^\circ$
Factor de altura del diente	$h_a^* = 1$
Ángulo de inclinación de los dientes	$\beta = 21,75^\circ$
Factor geométrico para esfuerzo de contacto	$I = 0,181$
Fuerza tangencial en el diente	$F_t = 2876 \text{ N}$
Factor de sobrecarga.	$K_A = 1$
Factor dinámico	$K_V = 1,125$
Coeficiente de concentración de la carga	$K_\beta = 1,185$
Factor de tamaño	$Y_x = 1,05$
Esfuerzo límite para una tensión de contacto intermitente	$\sigma_{Hlim} = 1345 \text{ MPa}$

Factor por temperatura	$C_T = 1$ ($T < 100^\circ\text{C}$)
Coefficiente por endurecimiento de los flancos durante el trabajo	$Z_w = 1$
Factor por fiabilidad	$Y_z = 1$ (99%)

Considerando los datos de partida de la tabla 1 y evaluando las fórmulas (5) y (7) para valores del coeficiente de seguridad a esfuerzos de contacto entre $S_H = 1$ y $S_H = 4$ se obtienen los resultados mostrados en la tabla 2.

Tabla 2 – Valores del factor de durabilidad, números de ciclos de carga hasta el fallo por fatiga y cantidad de horas de vida útil esperada en dependencia del factor de seguridad exigido.

S_H	Z_N	N_{σ_H} (ciclos)	H_{σ_H} (horas)
1	0,25	$5,63 \times 10^{17}$	$1,6 \times 10^{13}$
2	0,5	$2,37 \times 10^{12}$	$6,7 \times 10^7$
3	0,75	$1,70 \times 10^9$	48 268
4	1,0	10^7	284

Es importante señalar nuevamente, que el estudio a fatiga no es una ciencia exacta por lo que no pueden obtenerse resultados exactos, sino que es un estudio aproximado con muchos componentes del cálculo estadístico y en dependencia de los niveles de seguridad exigidos. Esta afirmación se observa de la dependencia de la durabilidad esperada en relación con el coeficiente de seguridad y el factor de fiabilidad, tal y como se observa en la tabla 2. Es indiscutible que la magnitud exigida de coeficiente de seguridad puede condicionar el valor de referencia de la vida útil esperada con seguridad ante el fallo de las ruedas dentadas, por ello es importante tomar como referencia las experiencias de anteriores diseños que permiten recomendar valores razonables del coeficiente de seguridad a fatiga.

Generalmente sobre el coeficiente de seguridad no existen recomendaciones precisas en normas de verificación de la capacidad de carga de engranajes. Usualmente son aceptados los valores a partir de acuerdos entre el productor y el usuario. Algunas normas recomiendan valores en dependencia de la fiabilidad exigida, por ejemplo: la Norma AGMA 2105-C95 establece los valores declarados en la tabla 3.

Tabla 3 - Coeficientes mínimos de seguridad

Probabilidad de ocurrir el fallo	S_{Hmin} y S_{Fmin}
0,01 %	1,50
0,10 %	1,25
1,00 %	1,00
10,00 %	0,85

Aunque los coeficientes de seguridad previstos para esfuerzos de flexión y recomendados en las normas AGMA son iguales que los orientados para los esfuerzos de contacto, debe de ser tenido en consideración que debido al deterioro catastrófico del fallo por fractura del diente usualmente son orientados mayores coeficientes de seguridad para esfuerzos de flexión que para esfuerzos de contacto.

Conclusiones.

En el trabajo han sido presentadas las fórmulas y relaciones necesarias para determinar un valor de vida útil de referencia previendo la rotura por fatiga de los dientes de acero en ruedas de engranajes cilíndricos. La base de las fórmulas y relaciones corresponden a la norma AGMA 2105-C95 dirigida al cálculo de la capacidad de carga de los engranajes cilíndricos.



Conociendo que los factores de durabilidad Z_N y Y_N permiten interrelacionar los valores de esfuerzos límites que corresponden a un determinado número de ciclos de carga, es posible determinar la vida útil esperada en explotación cuando es realizado un análisis en la condición extrema de igualdad de los esfuerzos que actúan en los dientes con los esfuerzo admisibles por fallo.

Referencias

1. ANSI/AGMA 2105-C95, *Fundamental Rating Factors and Calculation Methods for Involute Spur and Helical Gear Teeth*, 1995.
2. ISO 6336: Calculation of the Load Capacity of Cylindrical Gears. 1996.