

Capacidad de carga de las transmisiones por tornillo sinfín y corona.

G. Rivero Llerena, L. Martínez Delgado, B. Calixto Sirene.

Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería Mecánica
Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría., La Habana 19390
Calle 127. Marianao 15, Ciudad Habana. Cuba
Email: grivero @ mecanica. ispjae.edu.cu
Email: lmartinez @ mecanica. ispjae.edu.cu
Email: csirene @ hotmail.com

(Recibido el 10 de Enero del 2002, aceptado el 17 de Marzo del 2002).

Resumen.

El uso de los reductores de velocidad comenzó a principios del siglo xx, su extensa difusión en el mundo actual permite adquirirlos como unidades ensambladas a un costo relativamente bajo para la calidad del producto ofertado. Los antecedentes de este trabajo están en las investigaciones realizadas desde hace más de tres décadas en el ISPJAE. La creación de tecnologías propias sobre la base de estas investigaciones ha permitido la producción de reductores de velocidad por tornillo sinfín con índices de calidad comparables con los índices de los reductores foráneos. El método de reconversión de reductores de velocidad que han quedado fuera de servicio, es utilizado en Cuba con resultados satisfactorios a partir de la utilización de las carcasas originales. El presente trabajo pretende destacar la influencia de los errores de contacto en la capacidad de carga de la transmisión por tornillo sinfín. Se brinda en esta ocasión, un procedimiento para el cálculo automatizado de la superficie activa del diente de la rueda y se ofrece una expresión de cálculo propia que permite pronosticar la capacidad de carga de la transmisión, a partir de la huella de contacto, en correspondencia con los requisitos de contacto para un grado de precisión dado.

Palabras claves: Capacidad de carga, huella de contacto, tornillo sinfín.

1. Introducción.

Todo engranaje real trabaja con ciertas imprecisiones de fabricación y de montaje, establecer en qué intervalo pueden admitirse las mismas obligan a los diseñadores y constructores a un alto grado de especialización en la proyección, fabricación, verificación y ensamblaje del par engranado. Este es un problema que ha estado a cargo de las empresas productoras y las soluciones adoptadas constituyen normas básicas de intercambiabilidad entre las propias empresas.

Los errores de fabricación del tornillo, la rueda y la carcasa tienen una influencia decisiva en las líneas de contacto entre dientes y helicoides y por tanto en la capacidad de carga del reductor de velocidad [1, 6].

Es indispensable para el proceso de fabricación de estos tres componentes acotar las tolerancias de fabricación según las normas establecidos, teniendo en cuenta el grado de precisión de elaboración. Las

soluciones adoptadas deben ser el resultado de un diseño de conjunto que responda a las exigencias de operación de la transmisión. La demanda de reductores de velocidad por tornillo sinfín es cada vez mayor en la industria cubana, en la actualidad casi no se importan estos agregados como unidades independientes, por lo que se practica la reconversión de los existentes cuando ya no brindan las prestaciones esperadas.

Se utilizó en este trabajo, un método matemático para la obtención de la vinculación entre la capacidad de carga y los errores de elaboración e instalación de la transmisión teniendo en cuenta los requisitos de precisión.

A partir del estudio de los diversos criterios utilizados por investigadores de prestigio mundial en el tema, se desarrolló una expresión de cálculo de capacidad de carga, que fue evaluada con las combinaciones de materiales utilizados para el tornillo y la rueda, así como las variaciones de la relación de transmisión comprendidas en cada distancia interaxial de la serie cubana [1] de reductores de velocidad por tornillo

sinfín. Con el trabajo aquí expuesto es posible conocer la capacidad de carga que brinda el reductor de velocidad construido totalmente o producto de la reconversión. Para la medición de la potencia transmitida se utiliza un banco de ensayos, construido en la Facultad de Ingeniería Mecánica del ISPJAE [1].

2. Materiales y métodos.

El trabajo se desarrolló en la Universidad Politécnica de la Ciudad de la Habana (ISPJAE). Se crearon programas de computación especializados para el cálculo de la geometría del engranaje, el área del diente y la capacidad de carga de los diversos criterios de capacidad estudiados.

Se utilizó la información proveniente de catálogos comerciales, publicaciones frecuentes, monografías, artículos de revistas, patentes, normas y otros.

Las dimensiones y composición particulares del tornillo, la rueda y la carcasa así como un correcto diseño de los apoyos de los árboles, deben ser tales que satisfagan las necesidades de soportar las fuerzas internas durante el funcionamiento, con la suficiente rigidez de la zona de engranaje.

La carcasa como albergue de los componentes engranados, (ver figura 1), constituye uno de los elementos fundamentales en el diseño del reductor de velocidad.

El lugar geométrico de los puntos de contacto del par engranado depende en buena medida de los errores de contacto entre los dientes de la rueda y la helicoide del tornillo [2,6].

En las normas se establecen regulaciones para el desplazamiento del plano medio de la rueda sinfín, desviación de la distancia interaxial y desviación del ángulo interaxial entre el tornillo y la rueda.

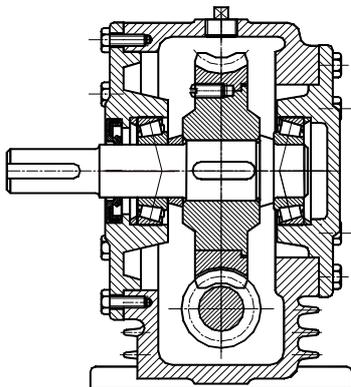


Figura 1. Sección del reductor de velocidad en el plano de la rueda.

Desplazamiento del plano medio de la rueda sinfín.

Es la distancia entre el plano medio de la rueda sinfín y el plano perpendicular a su eje que pasa a través del eje del tornillo en la transmisión montada [2], (figura 2).

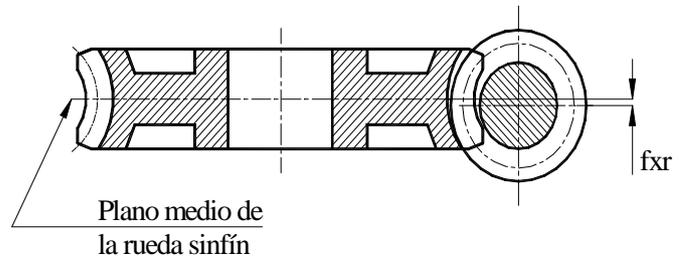


Figura 2. Desplazamiento del plano medio de la rueda

Donde:

$f_x r$: Símbolo de los desplazamientos límites.

La norma NC 16-14:84 [3] establece los requisitos de contacto con relación al desplazamiento del plano medio de la rueda en función del grado de precisión de elaboración y la distancia interaxial.

Desviación de la distancia interaxial.

Es la diferencia entre la distancia interaxial real y la nominal en la transmisión montada [2], (ver figura 3).

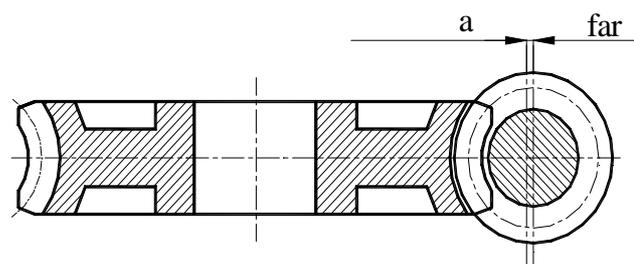


Figura 3. Desviación de la distancia interaxial.

Donde:

$f_{a,r}$: Símbolo de las desviaciones límites

La norma NC 16-24:84 [3] establece los requisitos de contacto con relación a las desviaciones de la distancia interaxial de la transmisión en función de esta y del grado de precisión de elaboración.

Desviación del ángulo interaxial.

Es la diferencia entre el ángulo interaxial real de la transmisión montada y el nominal durante el corte de los dientes de la rueda [2], ver figura 4.

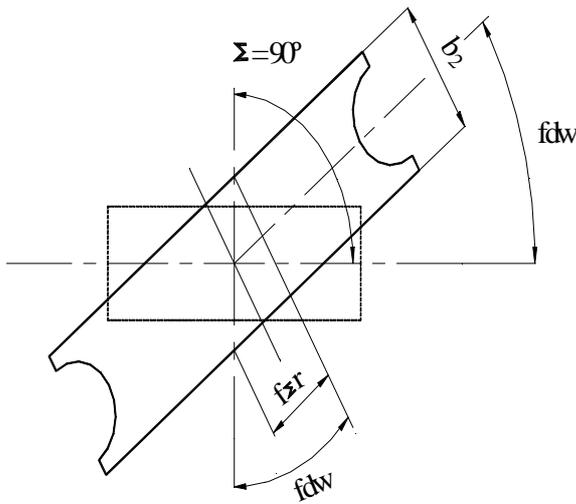


Figura. 4 . Desviación del ángulo interaxial.

Donde:

$f_{\Sigma r}$: Símbolo de las desviaciones límites.

La norma NC 16-24:84 [3] establece también los requisitos de contacto con relación a la desviación del ángulo interaxial en función del grado de precisión de elaboración y el ancho (b_2) de la rueda.

Generalmente se usa el parámetro fdw , como la desviación límite relativa al ancho b_2 de la rueda, donde se cumple la siguiente relación:

$$fdw = \arctan (f_{\Sigma r}/b_2).$$

3. Resultados.

Se obtuvo la relación entre la potencia transmitida y la huella de contacto en el flanco del diente de la rueda.

Modelación de la huella de contacto.

Fue posible postular la modelación, a partir de la representación de todos los puntos de contacto real de las líneas de contacto entre flancos, esto es observable en la figura 5.

Definiendo:

A_d : Área del diente proyectada en el plano axial de la rueda.

A_R : Área del rectángulo circunscrito a la huella de contacto.

A_c : Área del contorno.

A_{μ} : Área de la huella.

Se aprecia en la figura 5 que:

$$A_R > A_c > A_{\mu}$$

Siendo:

$$A_R = (X_{max_C} - X_{min_C}).(Y_{max_C} - Y_{min_C})$$

Donde:

$$A_{\mu} = f(x, y, z)$$

El área del diente de la rueda se calculó analíticamente con la ayuda de la representación simplificada que aparece en la figura 6, donde:

- da_1 – Diámetro externo del tornillo.
- df_1 – Diámetro de fondo del tornillo.
- da_2 – Diámetro externo de la rueda.
- dam – Diámetro máximo de la rueda.
- C – Holgura radial
- b_2 – Ancho de la rueda.
- a_w -- Distancia entre centros.

Siendo:

$$Ad = 2[A1234 - (A367 + A357) + A258 - A289] \quad (4)$$

$$\alpha = \text{sen}^{-1} \left[\frac{b_2}{da_1 + 2c} \right] \quad (1)$$

$$E = \sqrt{B^2 - D^2} \quad (2)$$

$$F = B \text{sen} \alpha - E \quad (3)$$

Para el cálculo automatizado del área del diente de la rueda, se programó una herramienta de propósito específico en la cual se introducen los parámetros fundamentales [4] de la geometría del diente.

Esta herramienta de una forma rápida y eficiente utiliza las relaciones 1 a la 4, con una interface amigable diseñada con el uso de Borlan Delphi 6.0, que es una herramienta de programación visual de las más avanzadas del momento y garantiza una interacción fácil para el cálculo, (ver figura 7).

El área total del diente de la rueda se obtiene como:

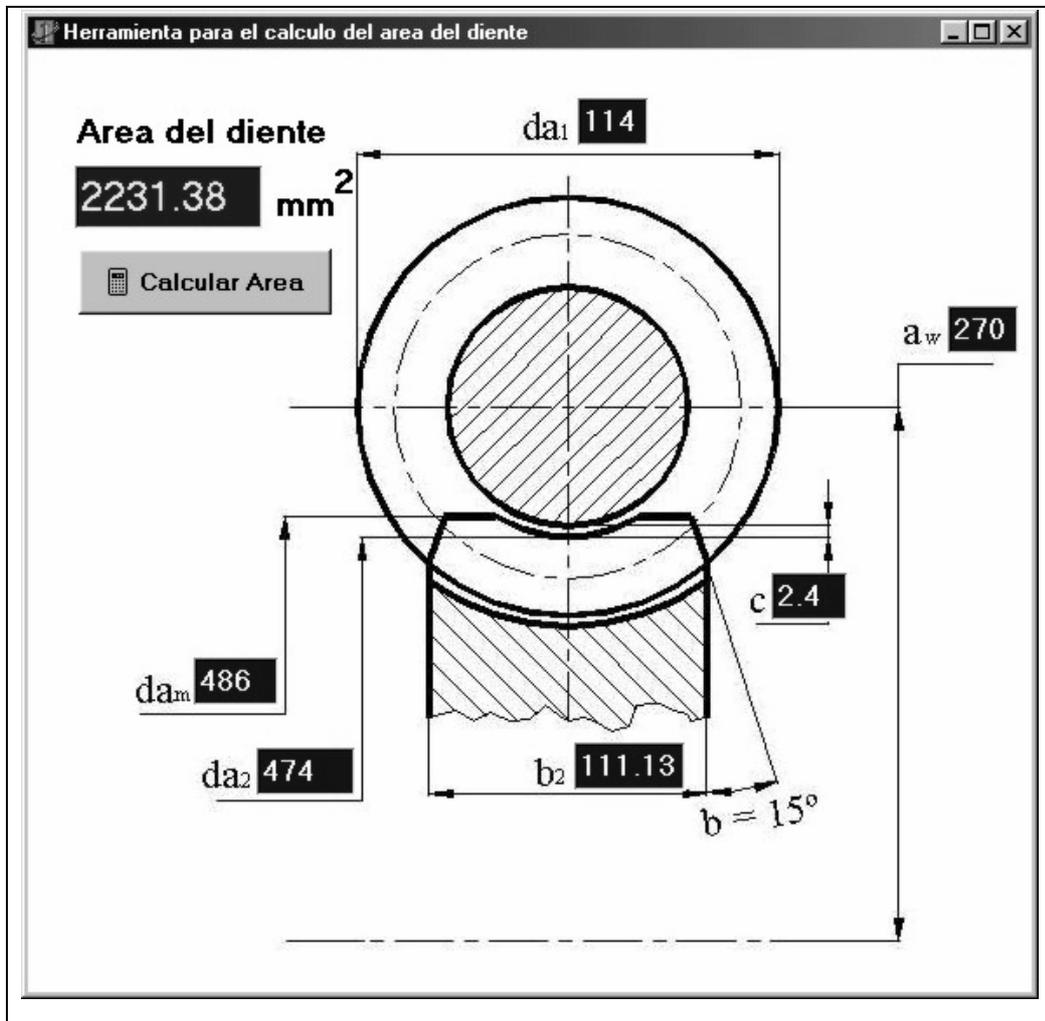


Figura 7. Interfaz para el cálculo del área del diente.

Expresión de la capacidad de carga en función de la huella de contacto.

Para la estimación de la capacidad de carga se tomó de referencia el criterio utilizado por G. Niemann [5] para las transmisiones por tornillo sinfín de tornillo cilíndrico y ejes ortogonales, donde la potencia se expresa como:

$$P_{2Fadm} = \frac{1}{1.43} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{K_{lim}}{S_F} \cdot f_m \cdot f_z \cdot b_2 \cdot d_2^2 \cdot n_2 \quad (5)$$

Siendo:

P_{2Fadm} : Potencia admisible de flancos. [C.V]

El coeficiente de seguridad S_F se define [5] como:

$$S_F = \frac{K_{lim}}{K} = (1.25 - 1.5)$$

Donde.

K: Presión de rodadura en los flancos

K_{lim} :Valor límite de la presión, obtenida por la siguiente dependencia:

$$K_{lim} = k_o \cdot f_n \cdot f_h \cdot f_w$$

Donde.

k_o : Factor de materiales [kg/mm^2] (depende de los materiales y t. térmico de la rueda y el tornillo).

f_n : Factor de velocidad.(depende de la velocidad. de deslizamiento sobre el diente de la rueda).

f_h : Factor de duración. (depende de la vida útil estimada para la transmisión).

f_w : Factor de variación de carga.(según las características de la carga, en carga const. $f_w = 1$).

Se han definido [5] además:

- f_m :Factor de diámetro de paso.
- f_z :Factor de dentado. (depende del ángulo de la hélice y del tipo de perfil del tornillo).
- b_2 : Ancho de la rueda. [mm]
- d_2 : Diámetro de referencia de la rueda. [mm]
- n_2 :Frecuencia de rotación del árbol de la rueda [r.p.m]

La norma NC 16-23:83 [2], dentro de los requisitos de contacto entre dientes, establece las dimensiones relacionadas con la sumatoria de las manchas de contacto en % del tamaño del diente, a partir del grado de precisión de elaboración.

Designando como:

δ : Sumatoria de la mancha en % de longitud del diente.

ρ : Sumatoria de la mancha en % de altura del diente.

Se puede plantear, a partir de la figura 5 que:

$$A_R = l_x \cdot l_y \quad (6)$$

Donde:

$$l_x = \delta \cdot b_2$$

$$l_y = \rho \cdot h$$

Como se cumple [4] que.

$$h = 2.2m = 2.2 \frac{d_2}{Z_2}$$

Se obtiene.

$$A_R = \delta \cdot b_2 \cdot \rho \cdot 2.2 \frac{d_2}{Z_2}$$

$$\frac{A_R \cdot Z_2}{2.2} = \delta \cdot \rho \cdot b_2 \cdot d_2$$

Multiplicando por d_2 y despejando:

$$\frac{A_R \cdot Z_2 \cdot d_2}{2.2 \delta \cdot \rho} = b_2 \cdot d_2^2 \quad (7)$$

Con estos resultados se realiza una modificación (8) de la expresión clásica de Niemann, la cual permite el cálculo de la potencia admisible, teniendo en cuenta el contacto entre los flancos activos del engranaje.

$$P_{2\mu} = \frac{1}{1.43} \cdot 10^{-6} \cdot \frac{K_{lim}}{S_F} \cdot f_m \cdot f_z \cdot \frac{A_R \cdot Z_2 \cdot d_2}{2.2 \cdot \delta \cdot \rho} \cdot n_2 \quad (8)$$

Donde:

$P_{2\mu}$: Potencia admisible de contacto. [C.V.].

Se conoce que:

$$1k_w = 1.36C.V.$$

Por lo que en la expresión (8) se transforma el término $1/(1.43)(1.36) = 0.5$.

Expresando el resultado en el sistema internacional de unidades:

$$P_{2\mu} = 0.5 \cdot 10^{-6} \frac{K_{lim}}{S_F} \cdot f_m \cdot f_z \cdot \frac{A_R \cdot Z_2 \cdot d_2}{2.2 \cdot \delta \cdot \rho} \cdot n_2, [kW]$$

Simplificando.

$$P_{2\mu} = 0.23 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{K_{lim}}{S_F} \cdot f_m \cdot f_z \cdot \frac{A_R}{\delta \cdot \rho} \cdot Z_2 \cdot d_2 \cdot n_2 \quad (9)$$

Con la obtención del área de la huella de contacto sobre la superficie del diente de la rueda, se definió el cociente de áreas ϕ como:

$$\phi = \frac{A_R}{A_d} < 1$$

Por lo que.

$$A_R = \phi A_d$$

Finalmente la expresión (9) quedó expresada como:

$$P_{2\mu} = 0.23 \cdot 10^{-6} \frac{K_{lim}}{S_F} \cdot f_m \cdot f_z \cdot \frac{\phi \cdot A_d}{\delta \cdot \rho} \cdot Z_2 \cdot d_2 \cdot n_2 \quad (10)$$

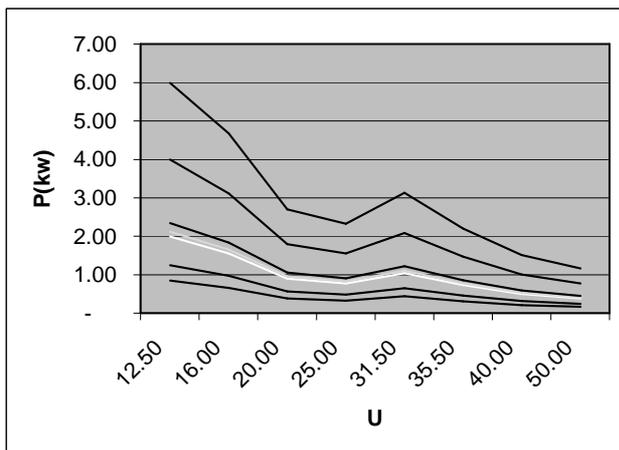


Figura 8. Variaciones de potencia con la relación de transmisión ($a_w = 80$ mm, $\phi = 0,33$). La curva superior de la figura se corresponde con el valor de $K_0 = 0,170$ kgf/mm², en el sentido decreciente, las restantes curvas se corresponden respectivamente con los siguientes valores de K_0 : 0,250, 0,400, 0,425, 0,470, 0,800 y 1,200.

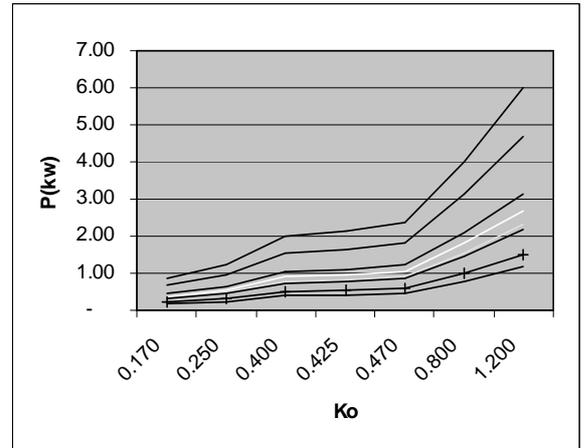


Figura 9. Variaciones de potencia con los materiales del par ($a_w = 80$ mm, $\phi = 0,33$). La curva superior de la figura se corresponde con el valor de relación de transmisión $u = 12,5$, en el sentido decreciente, las restantes curvas se corresponden respectivamente con los siguientes valores de u : 16, 20, 25, 31.5, 35.5, 40 y 50.

4. Discusión de resultados.

1- Para la comparación de resultados se utilizaron diferentes variantes de la geometría del par tornillo-rueda, correspondiente a una transmisión sinfín con distancia interaxial de 80mm, la cual fue tomada de la propuesta de serie cubana de reductores sinfín[1]. Esta serie fue concebida para satisfacer una parte de las necesidades de la demanda nacional, enmarcada en un rango de potencias de 0.25 a 15 kW.

2- Como se observa de las figuras 6 y 7, para una transmisión de geometría conocida, se obtuvo un procedimiento de cálculo automatizado del área del flanco del diente de la rueda.

3- Se obtuvo una expresión (10) para el cálculo de la potencia que transmite el reductor de velocidad, a partir de la superficie de contacto real como un indicador del aprovechamiento [6] de la superficie activa del diente. El comportamiento de la capacidad de carga evaluada a partir de la anterior expresión, queda expresado en las figuras 8 y 9, teniendo en cuenta las variaciones de los materiales del par engranado (K_0) y de la relación de transmisión (u), para un cociente de áreas (ϕ) fijo. De este análisis se pone de manifiesto las variaciones en capacidad de carga con relación a las variaciones en el uso de materiales y su tratamiento térmico (K_0), por lo que los tornillos sin templar tienen mayores dimensiones, para la misma potencia y relación de transmisión.

4-Las circunstancias del servicio (calidad de las superficies, condiciones de lubricación y contacto entre flancos) deben ir de acuerdo a la carga y a la frecuencia de rotación.

5. Conclusiones.

- Las variaciones de capacidad de carga están en relación directa con las variaciones de la utilización de la superficie activa del diente de la rueda.
- La capacidad de carga de la transmisión aumenta al disminuir los errores de contacto, por lo que las mejores condiciones de explotación se dan para los mayores grados de precisión (mayor sumatoria de áreas de contacto del diente).
- Se acusan variaciones de potencia con las variaciones en la relación de transmisión, obteniéndose incrementos de potencia para pequeños valores de u , dentro de una distancia interaxial fija.

6. Referencias.

1. Gregori, S. Análisis de las desviaciones entre los perfiles ZI y ZK en transmisiones Sinfín de producción Nacional, 139 pp., Tesis de Doctorado, Tutor Dr. Tadeus Marciniak. ISPJAE., C. de la Habana, 1988
2. NC 16-23 :83 N.B.I. Errores en las transmisiones por tornillo sinfín Cilíndrico y globoidal, 21pp., C. de la Habana, 1983.
3. NC 16-14 : 84 N.B.I Transmisiones sinfín cilíndricas, Tolerancias, 52 pp., C. de la Habana, 1984.
4. Rivero, G. Reconversión de transmisiones por tornillo sinfín, 75 pp., Tesis de Maestría, Tutor MSc. Bernardino Calixto Sirene. ISPJAE., C. de la Habana, 1997.
5. Niemann, G. Tratado teórico práctico de Elementos de máquinas, 40 pp., Ed. Labor S.A, Barcelona, 1967.
6. Simon, V. Load distribution in cylindrical Worm gears, 12 pp., ASME, Baltimore, Maryland, 2000.

Load capacity of worm gears transmissions.

Abstract.

The use of worm gears transmissions started at the beginning of the 20th century and its wide spread use allow to purchase as join units with low cost according to the product quality. Investigations that for more than thirty years took place at the ISPJAE are the bases of this study. The Cuban technologies have permitted to produce worm gears with a comparable quality as foreign ones. The reconversion method for worm gears out of service is used in Cuba, and satisfactory results are obtained. In this paper are exposed the contact errors influence on worm gears load capacity. It consists in a procedure for calculating the gear's tooth active surface and a mathematic expression to predict the load capacity according to contact requisites for specific preciseness.

Key words: Load capacity, contact impression, worm gear.