Optimización multicriterial del diseño del cuerpo de los cilindros oleohidráulicos.

V. G. Gómez Rodríguez, R. Goytizolo Espinosa, J. J. Cabello Eras.
Universidad de Cienfuegos. Carretera a Rodas km 4. Cienfuegos.Cuba. Teléfono: 22 962.
E-mail: ragoyti@fmec.ucf.edu.cu

(Recibido el 12 de Abril del 2002, aceptado el 15 de Julio del 2002).

Resumen

En el trabajo se realiza un análisis multicriterial dirigido a la optimización de las dimensiones radiales del cuerpo de los cilindros oleohidráulicos teniendo en cuenta la resistencia mecánica a la explosión, la rigidez en la dirección radial y el peso del cuerpo. Además se analizará la influencia de las propiedades del material utilizado en este análisis.

Palabras claves: Análisis multicriterial, cilindros oleohidraulicos, optimización, resistencia mecánica.

1. Introducción.

En el trabajo [10] se realiza un análisis sobre la relación entre las dimensiones exteriores en la dirección radial requerida por los cilindros oleohidráulicos y la presión a que estos trabajan, estableciéndose que las mínimas dimensiones se logran cuando se cumple la siguiente relación:

$$P = \frac{[\sigma]_t}{4} \qquad \text{[MPa]}$$

Donde:
P - Presión de trabajo del sistema, MPa.
$[\sigma]_t$ - Tensión admisible del material, MPa.

Como parte del estudio realizado se analizó además el comportamiento del área de la sección transversal de la que depende el peso, con el aumento de la presión y la variación de las dimensiones exteriores estableciéndose que tenía un comportamiento ascendente al incrementarse la presión de trabajo.

Otro aspecto que depende de las dimensiones radiales del cuerpo de los cilindros oleohidráulicos es la rigidez de este, pues el aumento del diámetro como resultado de la presión interior debe ser minimizado.

En el presente trabajo se pretende sentar las bases para la optimización del diseño del cuerpo de los cilindros oleohidráulicos teniendo en cuenta tres criterios fundamentales: la resistencia mecánica a la explosión, la rigidez en la dirección radial y el peso del cuerpo. Además se analizará la influencia de las propiedades del material utilizado sobre este proceso.

2. Desarrollo.

Para la optimización tricriterial que se desarrollará se establece como parámetro característico la relación entre los diámetros interior y exterior del tubo:

$$\alpha = \frac{Di}{D_e} \tag{1}$$

Donde:
α - Relación de los diámetros.
Di - Diámetro interior del tubo, mm.
D_e - Diámetro exterior del tubo, mm.

En [10] se obtuvo la siguiente ecuación que relaciona los dos diámetros y la presión de trabajo:

$$D_i^2 = D_e^2 \frac{[\sigma]_t - 2P}{[\sigma]_t} \tag{2}$$

Donde:
P - Presión de trabajo del sistema, MPa.
$[\sigma]_t$ - Tensión admisible del material del tubo, MPa.
De donde:

$$\alpha = \frac{D_i}{D_e} = \sqrt{\frac{[\sigma]_t - 2P}{[\sigma]_t}} \tag{3}$$

El valor de la relación de diámetros α con el cual se obtienen las dimensiones exteriores mínimas con la máxima fuerza de empuje se puede determinar sustituyendo en la ecuación (3) la condición $P = \frac{[\sigma]_t}{4}$ entonces:

$$\alpha = \frac{D_i}{D_e} = \sqrt{\frac{[\sigma]_t - 2\frac{[\sigma]_t}{4}}{[\sigma]_t}} = \sqrt{\frac{1}{2}} = 0.707$$

Como se pretende optimizar el valor de la relación de diámetros α, no sólo para obtener mínimas dimensiones exteriores, sino además para maximizar la rigidez en la dirección radial y obtener el mínimo peso se requiere definir números adimensionales para estos tres criterios.

La tensión equivalente en la pared de un tubo sometido a presión, según la hipótesis de las tensiones tangenciales máximas se plantea como [4,7]:

$$\sigma_{eq} = P\frac{2D_e^2}{D_e^2 - D_i^2} \tag{4}$$

Sustituyendo en (4) la expresión $D_i = \alpha D_e$

$$\sigma_{eq} = P\frac{2D_e^2}{D_e^2 - \alpha^2 D_e^2} = P\frac{2D_e^2}{D_e^2(1-\alpha^2)}$$

$$\sigma_{eq} = \frac{2P}{(1-\alpha^2)} \tag{5}$$

Para analizar la influencia de la relación de diámetros α en la tensión equivalente para una presión dada, se definirá el siguiente número adimensional:

$$K_\sigma = \frac{\sigma_{eq}}{P} = \frac{\frac{2P}{1-\alpha^2}}{P} = \frac{2}{1-\alpha^2} \tag{6}$$

El área de la sección transversal del cuerpo del cilindro también se puede expresar en función de la relación de diámetros α:

$$A_c = \frac{\pi}{4}\left(D_e^2 - D_i^2\right) \tag{7}$$

Sustituyendo en (7) $D_e = \frac{D_i}{\alpha}$

$$A_c = \frac{\pi}{4}\left(\frac{D_i^2}{\alpha^2} - D_i^2\right) = \frac{\pi}{4}D_i^2\left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2}\right) \tag{8}$$

Es conocido que la fuerza F desarrollada por un cilindro hidráulico se determina como:

$$F = P\frac{\pi D_i^2}{4} \tag{9}$$

De donde:

$$\frac{F}{P} = \frac{\pi D_i^2}{4} \tag{10}$$

Sustituyendo (10) en (8) se obtiene:

$$A_c = \frac{F}{P}\left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2}\right) \tag{11}$$

La ecuación (10) permite definir el número adimensional K_A que servirá para valorar la influencia de la relación de diámetros α, en el área de la sección transversal para una fuerza y presión dadas.

$$K_A = \frac{A_c - P}{F} = \left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2}\right) \tag{12}$$

De las ecuaciones del problema de Lamé [4,7] se conoce la expresión que permite determinar el incremento de diámetro en un tubo sometido a presión interior:

$$\Delta D_i = \frac{D_i P}{E}\left(\frac{D_e^2 + D_i^2}{D_e^2 - D_i^2} + \mu\right) \tag{13}$$

Donde:
E- módulo de elasticidad del material, MPa.
μ - coeficiente de Poisson del material.
Sustituyendo en (13)

$$D_i = \alpha D_e$$

se obtiene:

$$\Delta D_i = \frac{D_i P}{E}\left(\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2} + \mu\right) \tag{14}$$

Despejando D_i en la ecuación (9) y sustituyendo en (14) se obtiene:

$$\Delta D_i = \frac{1}{E}\sqrt{\frac{4F}{\pi P}}\left[\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2} + \mu\right] \tag{15}$$

Siendo posible entonces definir un tercer número adimensional K_D que caracterice la influencia de la relación de diámetros α, en la variación del diámetro interior del cilindro para valores de la fuerza y la presión de trabajo dados.

$$K_D = \frac{E \bullet \Delta D_i}{\sqrt{\frac{4FP}{\pi}}} = \left[\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2} + \mu\right] \tag{16}$$

El valor de la relación de diámetros α que garantiza la mejor combinación de resistencia, peso y rigidez del cilindro se obtiene de la determinación del valor de α que haga mínima la función K_S, formada del producto de los tres coeficientes adimensionales, lo que se expresa como:

$$K_S = K_\sigma K_A K_D \tag{17}$$

Por lo que el valor óptimo de α será el que satisfaga la condición:

$$\frac{dK_S}{d\alpha} = 0 \tag{18}$$

$$K_S = \left(\frac{2}{1-\alpha^2}\right)\left(\frac{1-\alpha^2}{\alpha^2}\right)\left(\frac{1+\alpha^2}{1-\alpha^2} + \mu\right) \tag{19}$$

$$K_S = \frac{2}{\alpha^2}\left(\frac{1+\alpha^2+\mu(1-\alpha^2)}{1-\alpha^2}\right) = 2\left[\frac{1+\alpha^2+\mu(1-\alpha^2)}{\alpha^2-\alpha^4}\right] \tag{20}$$

$$\frac{dK_S}{d\alpha} = \frac{[2\alpha(\alpha^2-\alpha^4)(1-\mu)] - [1+\alpha^2+\mu(1-\alpha^2)](2\alpha-4\alpha^3)}{\alpha^2-\alpha^4} = 0 \tag{21}$$

Desarrollando y simplificando la ecuación (21) se obtiene la siguiente condición:

$$2(1-\mu)\alpha^5 + 4(1+\mu)\alpha^3 - 2(1+\mu)\alpha = 0 \tag{22}$$

La ecuación (22) tiene cinco raíces, sacando factor común α se obtiene la primera $\alpha = 0$ que no es de interés, quedando como:

$$2(1-\mu)\alpha^4 + 4(1+\mu)\alpha^2 - 2(1+\mu) = 0 \tag{23}$$

Esta ecuación se aviene a la forma:

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Donde: $a = 2(1-\mu)$, $b = 4(1+\mu)$ y $c = -2(1+\mu)$

Las soluciones de esta ecuación se hayan como [9]:

$$\alpha^2 = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Las raíces negativas y en números complejos no son de interés para el problema analizado, por lo que se obtiene que el valor de la relación de diámetros α optimo desde el punto de vista tricriterial tenido en cuenta es 0.66.

Para corroborar el resultado obtenido se graficó el comportamiento de los números adimensionales K_σ, K_A y K_D y del producto de los tres:

$K_S = K_\sigma * K_A * K_D$, corroborándose que el valor mínimo de K_S se obtiene para $\alpha = 0.66$.

Del gráfico se concluye que para valores de α menores que 0.5, el peso del cuerpo del cilindro crece apreciablemente sin incrementos notables de la rigidez y la resistencia, y de otro lado para valores de α mayores de 0.85 crecen notablemente las tensiones y deformaciones en el cuerpo del cilindro sin una disminución importante del peso.

Los cuerpos de los cilindros hidráulicos tradicionalmente se construyen de Acero 45 con límite de fluencia $\sigma_f = 360$ MPa y en su diseño se toma un coeficiente de seguridad n=3, por lo que la tensión admisible es $[\sigma]_t = 120$ MPa.

De la condición de resistencia del tubo, planteada a partir de la ecuación (5), se puede obtener el valor de la presión para el que $\sigma_{eq} = [\sigma]_t$, en función de la relación de diámetros α.

$$P = \frac{1}{2}\left([\sigma]_t - \alpha^2[\sigma]_t\right)$$

En el caso de los cuerpos de Acero 45:

Para $\alpha = \frac{D_i}{D_e} = 0.5$, P = 45 MPa

Para $\alpha = \frac{D_i}{D_e} = 0.85$, P = 16.65 MPa

Por lo que desde el punto de vista tricriterial, resistencia-rigidez-peso, los cilindros con cuerpos de acero 45 deben utilizarse en este rango de presiones. Si se utilizara acero 20 para la fabricación del cuerpo, que es más económico, cuyas propiedades son: $\sigma_f = 250$ MPa y $[\sigma]_t = 85$ MPa

se obtiene:

Para $\alpha = 0.5$, P = 31 MPa

Para $\alpha = 0.85$, P = 11.51 MPa

Es importante señalar que a presiones menores de 11 MPa se puede utilizar un acero menos resistente y por lo tanto más barato.

Estas conclusiones son preliminares pues además de los tres criterios tomados en cuenta, antes de recomendar la utilización de tubos de acero 20 o de menor resistencia para la fabricación del cuerpo de los cilindros hidráulicos es necesario un análisis complementario desde el punto de vista tecnológico, de la resistencia del cuerpo al desgaste dada por la dureza que se alcance durante el proceso de rodillado interior del tubo y de la resistencia a la corrosión.

Como punto final del trabajo se han aplicado las ecuaciones obtenidas a los cilindros hidráulicos de fabricación nacional, producidos en la Empresa Oleohidráulica de Cienfuegos.

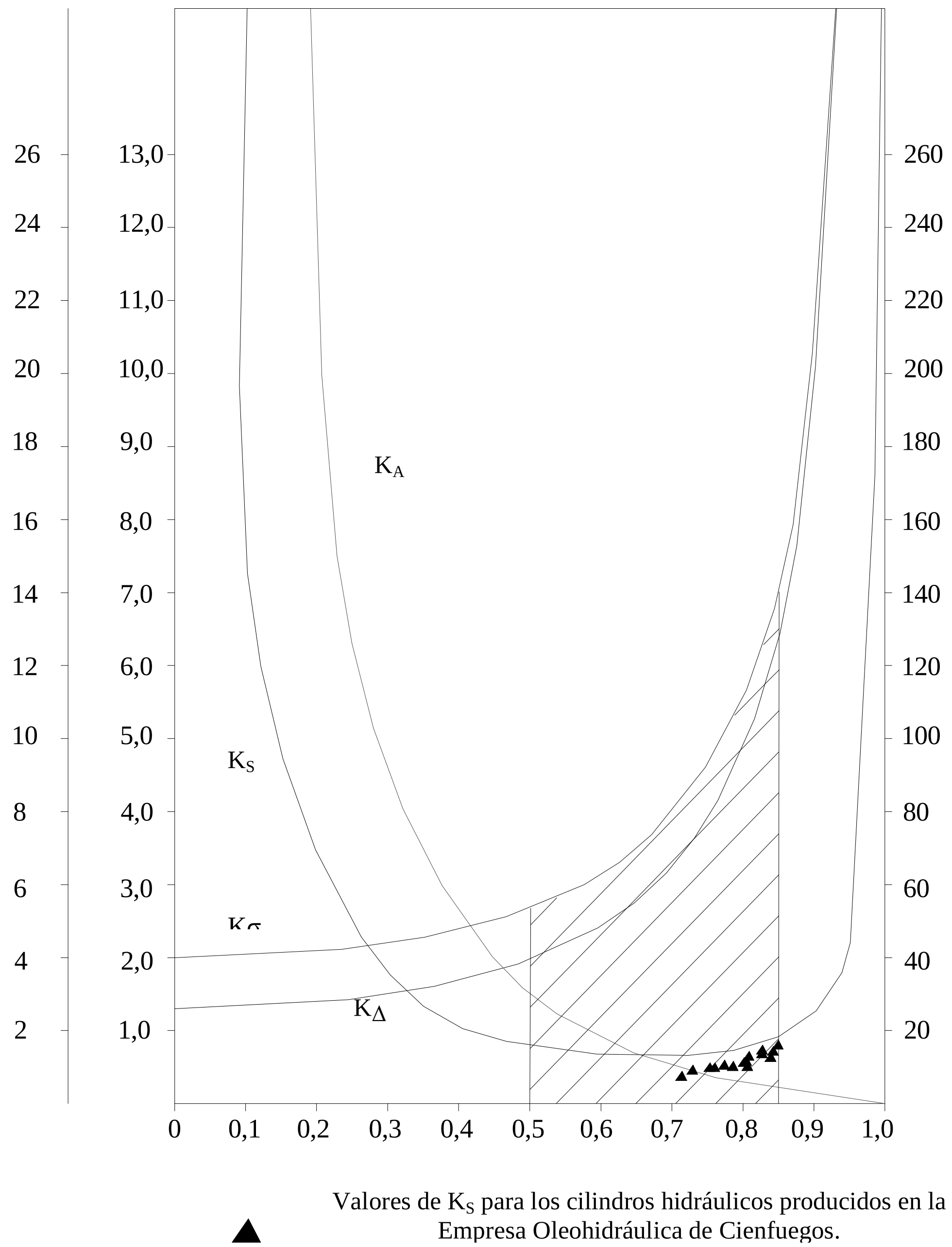

Fig. 1 . Comportamiento de los números adimensionales K_σ, K_A , K_D y el producto K_S con respecto a la relación de diámetros α .

En la figura 1 se han ploteado los valores de los números adimensionales correspondientes a los cilindros producidos en Oleohidráulica de Cienfuegos, apreciando claramente que están dentro del rango recomendado de valores, sin embargo si se tienen en cuenta que a pesar de la tendencia mundial a incrementar la presión de trabajo de los sistemas oleohidráulicos, la mayoría de los utilizados en el país trabajan a 12 MPa, otros a 16 MPa y en algunos casos hasta 20 MPa, se aprecian las posibilidades de optimizar estos, reduciéndoles el peso. Además es importante señalar que el coeficiente de seguridad de 3, usualmente utilizado para el diseño de estos elementos es susceptible de reanálisis.

La tabla No. 1 muestra los valores obtenidos del análisis realizado.

.

Tabla 1.Valores tabulados.

Dimensiones de cilindro, [mm]		$\alpha = \frac{D_i}{D_e}$	Presiones admisibles [frac. de seg. n=3, MPa]		Números adimensionales				Dimensiones tubo utilizado	
D_i	D_e		Acero 45	Acero 20	K_σ	K_A	K_Δ	K_S	D_i, mm	D_e, mm
36	50	0.72	28.89	19.98	4.150	0.920	3.450	13.170	32-33	50
40	54	0.741	27.05	18.71	4.435	0.821	3.735	13.600	35-36	54
50	70	0.714	29.41	20.34	4.080	0.966	3.382	13.329	45-46	70
55	73	0.753	25.97	17.96	4.619	0.763	3.919	13.812	50-51	73
63	83	0.759	25.43	17.59	4.718	0.736	4.026	13.980	58-59	83
63	75	0.840	17.66	12.21	6.743	0.417	5.791	16.404	58-59	75
75	89	0.843	17.36	12.00	6.912	0.407	5.913	16.634	70-71	89
80	182	0.784	23.12	15.99	5.190	0.627	4.191	13.638	75-76	102
82	102	0.804	21.21	14.67	5.650	0.547	4.655	14.02	77-78	102
82.5	102	0.809	20.73	14.33	5.788	0.528	4.787	14.629	78	102
90	105	0.857	15.93	11.02	7.532	0.362	6.530	17.806	85-86	105
90	108	0.833	18.36	12.70	6.534	0.441	5.534	15.946	85-86	108
95	114	0.833	18.36	12.70	6.534	0.441	5.534	15.496	90-91	114
98.4	121	0.813	20.34	14.06	5.899	0.513	4.899	14.825	93-94	121
100	121	0.826	19.06	13.18	6.295	0.466	5.294	15.530	95-96	121

3. Conclusiones.

- El valor de la relación de diámetros, $\alpha = \frac{D_i}{D_e}$, que garantiza la mejor combinación de peso, rigidez y resistencia es 0.67.
- De forma general se ha establecido que los valores más razonables de la relación de diámetros $\alpha = \frac{D_i}{D_e}$, están entre 0.5 y 0.85.
- El rango de la presión de trabajo recomendado para cilindros con cuerpo de acero 45 está entre 16 y 45 MPa y para cilindros de acero 20 entre 12 y 30 MPa.
- Es posible utilizar aceros de menor resistencia para cilindros que trabajan por debajo de 11 MPa.
- En los cilindros de producción nacional el valor de la relación de diámetros $\alpha = \frac{D_i}{D_e}$ está en el rango recomendado con la tendencia a acercarse al límite superior del mismo, lo que explica que tienen un bajo peso relativo.

4. Bibliografía.

1. Cabello Eras, JJ. Metodología para el diseño de cilindros oleohidráulicos. Construcción de maquinarias No. 1. 1995.
2. Dobrovolski, V. Elementos de máquina. Moscú. Editorial Mir. 1980
3. Elementos para circuitos oleodinámicos. España. Catálogo industrial. 1999.
4. Feodosiev, V.I. Resistencia de materiales. Moscú. Editorial MIR. 3ra edición. 1985.
5. General catalogue for fluid power elements. Parkev. Catálogo industrial 1999.
6. Krutz W. and Schueller J. Machine design for mobile and industrial applications. 2nd edition SAE International. Denver. 1999.
7. Shigley Joseph and Mischke Charles. Mechanical Engineering design. Mc Graw Hill. New York. USA 2001.

8. Sullivan, James A. Power, theory and applications. Prentice Hall inc. New Jersey. USA. 1989.
9. Bronshtein, I. Manual de matemáticas para ingenieros. Moscú. Editorial MIR. 1977
10. Gómez Rodríguez, V., Cabello Eras, JJ. y Goytizolo Espinosa, R. Optimización de las dimensiones radiales en el diseño de cilindros oleohidráulicos. Ingeniería Mecánica. Volumen 5 Número 3. 2002.

Multicriterial optimization design of oleohydraulic cylinders bodies.

Abstract

In this work a multicriterial analysis directed to optimization of oleohydraulic cylinders body radial dimensions is made considering the mechanical resistance to explotion, radial direction rigidity and body weight. In addition the material properties influence is analyzed.

Key words: Multicriterial analysis, oleohydraulic cylinders, optimization, mechanical resistance.