

# Determinación de la vida remanente de los árboles de los molinos de caña de azúcar con grieta semielíptica superficial.

**N. Arzola de la Peña, R. Goytisol Espinosa, R. Pérez Gálvez, J. J. Cabello Eras.**

Facultad de Mecánica, Universidad de Cienfuegos "Carlos Rafael Rodríguez".

Carretera a Rodas, kilómetro 4, Cuatro Caminos, Cienfuegos.

Teléfono: 522962. E-mail: [narzola@fmec.ucf.edu.cu](mailto:narzola@fmec.ucf.edu.cu)

(Recibido el 14 de Enero del 2003, aceptado el 17 de Mayo del 2003.)

## Resumen.

En el siguiente artículo se presenta un método para el cálculo de la vida remanente de los molinos de caña de azúcar con una grieta semielíptica en su superficie. Debido a la presencia de un campo de tensiones multiaxial es necesario utilizar en la ley de Paris un factor de intensidad de tensiones equivalente. La zona de los árboles considerada en el análisis es la localizada en el cambio en diámetro del collarín más próximo al acoplamiento cuadrado donde se reporta alrededor del 85 % de las fallas [7, 8]. Se obtienen los intervalos entre inspección requeridos para evitar una falla por fatiga de estos elementos. Son analizados los árboles superior cañero y bagacero de cinco molinos. El árbol más crítico resultó ser el superior del quinto molino, el cual debe ser sometido a inspección ultrasónica cada 100 días de operación presentando un tamaño crítico de grieta igual a 54 mm.

**Palabras claves:** Mecánica de la fractura, árbol, grieta, tenacidad a la fractura, crecimiento subcrítico, vida remanente.

---

## 1. Introducción.

Los árboles de los molinos de caña de azúcar se ven sometidos a cargas considerables que provocan su rotura en un número relativamente corto de zafra en explotación. Del estudio de las características de la rotura de estos árboles se conoce que los fallos ocurren producto de un proceso de deterioro por fatiga. Las grietas surgen a partir de microdefectos localizados en la superficie o muy cercanos a ella y se propagan en un plano próximo a la sección transversal del árbol [7].

En la primera parte de este trabajo se presenta el método de cálculo utilizado para hallar el estado tensional en la sección de la falla. El cual es necesario en la determinación de los factores de intensidad de tensiones. Del análisis realizado, se llegó a la conclusión que es en la zona del cambio en diámetro del collarín más próximo a la espiga cuadrada donde se produce el estado tensional más desfavorable. Este resultado concuerda con la zona donde en la práctica se observa el mayor número de fallas. Posteriormente, con la ayuda de la Mecánica de la Fractura, es modelado el crecimiento subcrítico de una grieta semielíptica superficial utilizando la expresión de Paris.

El método expuesto brinda las posibilidades de:

- Calcular el período máximo entre inspecciones para el cual se garantiza la detección de grietas semielípticas superficiales antes de que ocurra la falla instantánea.
- Conocer la vida remanente del árbol cuando una grieta es detectada; y de esta forma tomar decisiones sobre cual es el momento idóneo para la sustitución del árbol dañado.

## 2. Desarrollo.

Existe una gran cantidad de parámetros geométricos, cinemáticos, dinámicos y propiedades físicas que influyen en el estado tensional que alcanzan los distintos puntos del árbol de los molinos. Cada uno de ellos es necesario considerarlo con la mayor exactitud posible para obtener un modelo matemático del crecimiento de la grieta que sea el reflejo del fenómeno que en la práctica ocurre. Para un molino dado, sin lugar a dudas, la fuerza hidráulica ejercida sobre la maza superior y la velocidad de giro del molino son dos factores que influyen grandemente en la razón de crecimiento de la grieta, a partir de un defecto inicial que se haya

incubado o propiciado en la superficie del árbol. En el trabajo se analizan los árboles superior, cañero y bagacero de los cinco molinos de un tándem. El esquema de fuerzas hidráulicas y velocidades que se muestra en la Tabla 1 corresponde al tandem analizado.

**Tabla 1.** Fuerza hidráulica total (PHT) y velocidad de giro de los molinos (n).

No. molino	PHT (ton-fuerza.)	n (ciclos/min)
1	335	4,67
2	365	4,67
3	390	4,67
4	420	4,67
5	450	4,48

Otro factor que ejerce su influencia en las fuerzas internas que actúan en los árboles de un molino son las cargas suplementarias que aparecen en el acoplamiento cuadrado, producto de la desalineación del eje geométrico del árbol superior con el eje geométrico del árbol de salida del reductor de baja del tren de engranes. El molino es ajustado para que la flotación durante su funcionamiento no provoque desalineación, o esta sea mínima; pero inevitablemente durante su operación ocurren fluctuaciones, principalmente producto a variaciones en la alimentación de los molinos. La historia de flotación de los molinos fue medida utilizando un Puente de Wheatstone compensado fijado al cilindro que está del lado del acoplamiento cuadrado. La señal fue analizada con ayuda de una tarjeta de adquisición de datos. La historia de carga pudo ser simplificada y ajustada a estos cuatro niveles:

- El 5% del tiempo el árbol superior opera con desalineación máxima (j = 1).
- El 10% del tiempo el árbol superior opera con una desalineación que provoca que las cargas suplementarias en el acoplamiento cuadrado sean el 75% de las producidas por la desalineación máxima (j=2).
- El 25% del tiempo el árbol superior opera con una desalineación que provoca que las cargas suplementarias en el acoplamiento cuadrado sean el 50% de las producidas por la desalineación máxima (j = 3). El 60% del tiempo el árbol superior opera con desalineación nula, y por tanto las cargas

suplementarias en el acoplamiento cuadrado pueden ser despreciadas (j = 4).

Las cargas suplementarias introducidas al árbol superior por el acoplamiento cuadrado se hallaron según las ecuaciones dadas por Okamura y Tanura en [10]. Estos autores realizaron varios experimentos en un modelo a escala determinando expresiones para el cálculo del momento flector y de la fuerza transversal que aparecen en la espiga cuadrada cuando existe una desalineación sensible del árbol superior, obteniendo además el comportamiento de estas fuerzas suplementarias con la variación del torque transmitido y la desalineación del árbol superior.

En la Tabla 2 se muestran las fuerzas cortantes y los momentos flectores en dos planos mutuamente perpendiculares y el momento torsor para la sección del cambio en diámetro del collarín más próximo a las coronas, para cada uno de los árboles superior, cañero y bagacero del tándem, para los cuatro niveles de desalineación establecidos (j = 1, 2, 3, 4) y para la potencia media consumida por el molino en el período de la medición.

Por medio de estas fuerzas internas pueden conocerse los valores que alcanzan los factores de intensidad de tensiones. Para el caso analizado interesa la tensión normal en la periferia del árbol producto del momento flector, la cual puede ser hallada utilizando la ecuación (1). Además, se necesita conocer los valores que alcanzan las tensiones tangenciales en el vértice de la grieta producto de las fuerzas de cortante y el momento torsor; que pueden ser calculadas con las expresiones (2) y (3) para la dirección radial y circunferencial respectivamente [4, 6, 14]. Estos valores de tensiones son los remotos, es decir los que actúan en la sección sin considerar la presencia de la grieta.

Siendo:

$$\sigma_{N(\varphi)} = \left[ \frac{32}{\pi \cdot D^3} \cdot (M_x \cdot \sin(\varphi) + M_y \cdot \cos(\varphi)) \right] \cdot 10^{-3} \quad (1)$$

$$\tau_{r(\varphi)} = \tau_{R_x(\varphi)} \cdot \cos \varphi + \tau_{R_y(\varphi)} \cdot \sin \varphi \quad (2)$$

$$\tau_{t(\varphi)} = \tau_{R_y(\varphi)} \cdot \cos \varphi - \tau_{R_x(\varphi)} \cdot \sin \varphi \quad (3)$$

$$\tau_{R_x(\varphi)} = \left[ \frac{64 \cdot V_x}{3 \cdot \pi \cdot D^4} \cdot \left( \frac{D^2}{4} - \rho^2 \cdot \cos^2(\varphi) \right) - \frac{32 \cdot V_y}{3 \cdot \pi \cdot D^4} \cdot \rho^2 \cdot \sin(2 \cdot \varphi) - \frac{32 \cdot T}{\pi \cdot D^4} \cdot \rho \cdot \sin(\varphi) \right] \cdot 10^{-3} \quad (4)$$

$$\tau_{Ry(\varphi)} = \left[ \frac{64 \cdot V_y}{3 \cdot \pi \cdot D^4} \cdot \left( \frac{D^2}{4} - \rho^2 \cdot \sin^2(\varphi) \right) - \frac{32 \cdot V_x}{3 \cdot \pi \cdot D^4} \cdot \rho^2 \cdot \sin(2 \cdot \varphi) + \frac{32 \cdot T}{\pi \cdot D^4} \cdot \rho \cdot \cos(\varphi) \right] \cdot 10^{-3} \quad (5)$$

Donde:

$\varphi$  - Posición angular según el sistema coordenado polar ( $^\circ$ ).

$\rho$  - Posición del vértice de la grieta respecto al centro de la sección transversal de árbol (m).

$D$  - Diámetro de la sección transversal (m). ( $D=0,457$  m).

$\sigma_{N(\varphi)}$  - Tensión normal (MPa).

$\tau_{Rx}$  - Tensión tangencial resultante según el eje horizontal (MPa).

$\tau_{Ry}$  - Tensión tangencial resultante según el eje vertical (MPa).

$\tau_t$  - Tensión tangencial circunferencial (MPa).

$\tau_r$  - Tensión tangencial radial (MPa).

Con las ecuaciones (1), (2) y (3) es posible obtener el ciclo de carga al que está sometido el árbol en dicha sección.

El estado tensional generado por las fuerzas internas es complejo, existiendo los modos I, II y III de carga en el vértice de la grieta. Para modos de carga combinados, la razón de crecimiento de la grieta puede ser expresada

Utilizando el criterio de la energía de deformación liberada puede obtenerse la relación que existe entre cada uno de los factores de intensidad de tensiones actuando de forma combinada y el factor de intensidad de tensiones equivalente [12].

$$K_{eq} = \sqrt{K_I^2 + K_{II}^2 + \frac{1}{1-\mu} \cdot K_{III}^2} \quad (8)$$

Donde:

$K_{eq}$  - Factor de intensidad de tensiones equivalente (MPa  $m^{1/2}$ ).

$K_I$  - Factor de intensidad de tensiones para el modo I de carga (MPa  $m^{1/2}$ ).

$K_{II}$  - Factor de intensidad de tensiones para el modo II de carga (MPa  $m^{1/2}$ ).

$K_{III}$  - Factor de intensidad de tensiones para el modo III de carga (MPa  $m^{1/2}$ ).

$\mu$  - Coeficiente de Poisson para el acero de los árboles ( $\mu=0,3$ ).

satisfactoriamente por la ecuación de París; El factor de intensidad de tensiones utilizada es el equivalente.

$$\frac{da}{dN} = C \cdot (\Delta K_{eq})^n \quad (6)$$

Siendo:

$$\Delta K_{eq} = K_{eq \max} - K_{eq \min} \quad (7)$$

Donde:

$\frac{da}{dN}$  - Incremento del tamaño de la grieta en un ciclo (m/ciclo).

$\Delta K_{eq}$  - Variación del factor de intensidad de tensiones equivalente (MPa  $m^{1/2}$ ).

$C, n$  - Coeficientes que dependen del material y de la razón de asimetría del ciclo.

Para el modelo se han seleccionado los valores de coeficientes  $C = 6,89 \cdot 10^{-12}$  y  $n = 3^5$  [11].

El factor de intensidad de tensiones para el caso de un árbol con grieta semielíptica superficial sometido a flexión ( $K_I$ ) puede ser hallado por [13]:

$$K_{I(\varphi)} = F_{I(a/D)} \cdot \sigma_{N(\varphi)} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (9)$$

Donde:

$a$  - Profundidad de la grieta semielíptica superficial (m).

$F_{I(a/D, a/b)}$  - Factor geométrico.

El factor geométrico depende de la relación de aspecto de la grieta ( $a/b$ ), donde  $a$  es la profundidad de la grieta o semieje menor de la elipse que conforma su vértice y  $b$  es su semieje mayor. Para este caso se escogerá una relación de aspecto pequeña por ser la más crítica  $a/b = 0,1$ . Para dicha relación el factor geométrico queda expresado solamente en función de la relación entre la profundidad de la grieta y el diámetro de árbol.

$$F_{I(a/D, 0,1)} = 1,0933 - 0,9362 \cdot \left(\frac{a}{D}\right) - 0,0534 \cdot \left(\frac{a}{D}\right)^2 \quad (10)$$

**Tabla 2.** Fuerzas internas en la sección bajo análisis.

		T (kN m)				Vx (kN)				Vy (kN)			
j		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
Molino 1	superior	252	252	252	252	-278	-266	-253	-223	2 132	1 981	1 831	1 530
	cañero	69	69	69	69	-392	-351	-312	-234	-505	-461	-417	-334
	bagacero	49	49	49	49	1 267	1 165	1 062	855	-1698	-1 566	-1 433	-1 163
Molino 2	superior	272	272	272	272	-299	-286	-271	-239	2 313	2 151	1 988	1 663
	cañero	75	75	75	75	-424	-381	-338	-254	-543	-494	-447	-357
	bagacero	53	53	53	53	1 371	1 260	1 150	926	-1831	-1 688	-1 544	-1 253
Molino 3	superior	289	289	289	289	-316	-302	-287	-252	2 464	2 292	2 119	1 774
	cañero	79	79	79	79	-452	-406	-360	-271	-574	-522	-472	-376
	bagacero	56	56	56	56	1 457	1 340	1 222	985	-1941	-1 790	-1 637	-1 328
Molino 4	superior	309	309	309	309	-336	-321	-305	-268	2 646	2 461	2 276	1 907
	cañero	85	85	85	85	-485	-435	-387	-291	-611	-556	-502	-399
	bagacero	60	60	60	60	1 561	1 436	1 310	1 056	-2 074	-1 912	-1 749	-1 418
Molino 5	superior	329	329	329	329	-356	-340	-323	-284	2 827	2 630	2 434	2 041
	cañero	90	90	90	90	-517	-465	-413	-311	-648	-589	-532	-422
	bagacero	64	64	64	64	1 664	1 531	1 397	1 127	-2 206	-2 034	-1 860	-1 508

		Mx (kN m)				My (kN m)			
j		1	2	3	4	1	2	3	4
Molino 1	superior	-1 590	-1 342	-1 094	-598	70	65	60	50
	cañero	42	27	12	-15	202	188	174	148
	bagacero	557	509	461	363	-330	-293	-256	-181
Molino 2	superior	-1 718	-1 450	-1 183	-647	75	70	65	54
	cañero	48	32	16	-14	220	205	190	162
	bagacero	607	556	504	398	-361	-321	-281	-200
Molino 3	superior	-1 825	-1 541	-1 257	-688	80	75	69	57
	cañero	53	36	19	-13	235	219	203	173
	bagacero	649	595	540	428	-386	-344	-302	-216
Molino 4	superior	-1 954	-1 650	-1 346	-737	85	80	74	61
	cañero	59	40	22	-12	252	235	219	186
	bagacero	700	641	583	463	-417	-372	-326	-235
Molino 5	superior	-2 083	-1 758	-1 434	-786	91	85	79	65
	cañero	65	45	26	-11	270	252	234	200
	bagacero	750	688	625	498	-448	-400	-351	-254

La tensión tangencial radial propicia el deslizamiento de las superficies creadas por la grieta en dirección transversal a su vértice, por lo que es la tensión que provoca el modo II de carga. El factor de intensidad de tensiones para este modo de carga es hallado por la expresión (11).

Mientras que la tensión tangencial circunferencial induce dicho deslizamiento en la dirección del vértice de la grieta, provocando el modo III de carga, cuyo

factor de intensidad de tensiones es obtenido con la formula (12).

$$K_{II(\varphi)} = F_{II(a/D)} \cdot \tau_{r(\varphi)} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \tag{11}$$

$$K_{III(\varphi)} = F_{III(a/D)} \cdot \tau_{t(\varphi)} \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \tag{12}$$

Siendo:

$$F_{II(a/D)} = \frac{1,122 - 0,561 \cdot \left(\frac{a}{D}\right) + 0,085 \cdot \left(\frac{a}{D}\right)^2 + 0,18 \cdot \left(\frac{a}{D}\right)^3}{\sqrt{1 - \frac{a}{D}}} \quad (13)$$

$$F_{III(a/D)} = \sqrt{\frac{2 \cdot D}{\pi \cdot a} \cdot \tan\left(\frac{\pi \cdot a}{2 \cdot D}\right)} \quad (14)$$

Además, es necesario tomar en consideración la elevación de las tensiones que ocurre en la zona cercana a la superficie del árbol, producto del cambio en diámetro que se encuentra en la zona bajo análisis, el cual actúa como un concentrador de tensiones. Se conoce que la distribución de las tensiones tiene una forma aproximadamente cuadrática para la región que se extiende desde la superficie hasta una profundidad aproximadamente igual a  $0,2 \cdot r$ ; siendo  $r$  la dimensión del concentrador de tensiones [5]. La ley de variación utilizada para el concentrador de tensiones es expresada por:

$$k_{i\sigma} = \begin{cases} 1 + \frac{(k_{i\sigma}^s - 1)}{0,04 \cdot r^2} \cdot (a - 0,2 \cdot r)^2 & \text{si } a < 0,2 \cdot r \\ 1 & \text{si } a \geq 0,2 \cdot r \end{cases} \quad (15)$$

$$k_{i\tau} = \begin{cases} 1 + \frac{(k_{i\tau}^s - 1)}{0,04 \cdot r^2} \cdot (a - 0,2 \cdot r)^2 & \text{si } a < 0,2 \cdot r \\ 1 & \text{si } a \geq 0,2 \cdot r \end{cases} \quad (16)$$

Donde:

$k_{i\sigma}$ ,  $k_{i\tau}$  - Concentrador de tensiones para las tensiones normales y las tensiones tangenciales respectivamente.

$k_{i\sigma}^s$ ,  $k_{i\tau}^s$  - Factores de concentración de tensiones a la flexión y a la torsión respectivamente ( $k_{i\sigma}^s = 1,95$ ;  $k_{i\tau}^s = 1,60$ ) [3].

$r$  - Radio en el cambio de diámetro ( $r = 25$  mm).

Para los cálculos se emplea la historia de carga descrita anteriormente, de modo que los niveles de tensiones variarán durante el crecimiento de la grieta. Si la razón entre las tensiones máximas para dos ciclos de carga continuos no supera el valor de 1,4, el efecto de retardación en el modelo de crecimiento de la grieta puede ser despreciado [5]. El procedimiento descrito hasta aquí tendrá que ser repetido tantas veces como

secuencias de carga existan, es decir desde  $j = 1$  hasta 4, y la expresión (6) reescrita como:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{prom.} = C \cdot (\overline{\Delta K})^n \quad (17)$$

Siendo:

$$\overline{\Delta K} = \left[ \frac{\sum_{i=1}^{N_b} (\Delta K_{eq i})^n}{N_b} \right]^{\frac{1}{n}} = \left[ \sum_{j=1}^4 n_j \cdot \Delta K_{eq j}^n \right]^{\frac{1}{n}} \quad (18)$$

Donde:

$\overline{\Delta K}$  - Rango del factor de intensidad de tensiones, que causa la misma razón de crecimiento de la grieta que la historia de tensiones variables, para el mismo número de ciclos.

$\Delta K_{eq j}$  - Rango del factor de intensidad de tensiones equivalente para la historia de tensiones variables  $j$ .

$n_j$  - Fracción de tiempo respecto a la unidad, en que está presente la historia de tensiones  $j$ . ( $n_1 = 0,05$ ;  $n_2 = 0,10$ ;  $n_3 = 0,25$ ;  $n_4 = 0,60$ ).

En la Figura 1 se muestra la variación del factor de intensidad de tensiones equivalente para una vuelta completa del árbol, para distintos tamaños de grietas, para el caso del árbol superior del quinto molino y para la historia de tensiones que existe con desalineación máxima del árbol. Ha sido considerado que el factor de intensidad de tensiones para el modo I de carga posee valor cero para el semiciclo negativo de la tensión normal; debido a que el efecto que produce una tensión normal de compresión es el de cerrar la grieta impidiendo que la misma crezca. Solamente en materiales con límite de fluencia muy bajos se aprecia la influencia de la tensión normal de compresión en el crecimiento de la grieta [5]. El factor de intensidad de tensiones equivalente alcanza valores mínimos y máximos en este caso para las posiciones angulares del

árbol de 130 ° y 275 ° El rango de variación del factor de intensidad de tensiones para la historia de tensiones j

es hallada finalmente por la formula 19.

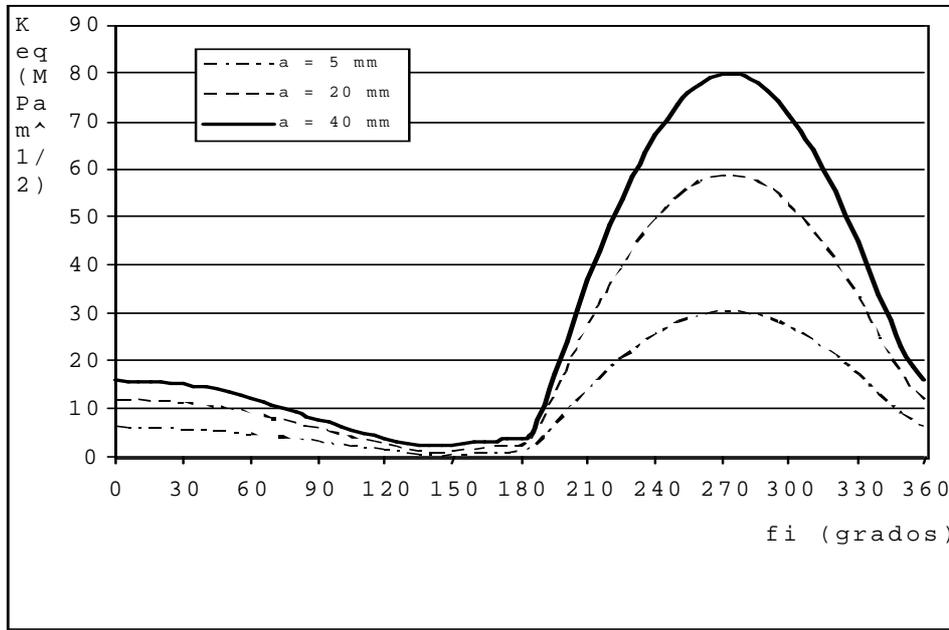


Figura 1. Variación de  $K_{eq}$  para una vuelta del árbol.

$$\Delta K_{eqj} = \left( \left\langle \sqrt{(F_I \cdot k_{t\sigma} \cdot \sigma_{Nj(\varphi)})^2 + (F_{II} \cdot k_{t\tau} \cdot \tau_{rj(\varphi)})^2 + \frac{1}{1-\mu} \cdot (F_{III} \cdot k_{t\tau} \cdot \tau_{tj(\varphi)})^2} \right\rangle_{max} - \left\langle \sqrt{(F_{II} \cdot k_{t\tau} \cdot \tau_{rj(\varphi)})^2 + \frac{1}{1-\mu} \cdot (F_{III} \cdot k_{t\tau} \cdot \tau_{tj(\varphi)})^2} \right\rangle_{min} \right) \cdot \sqrt{\pi \cdot a} \quad (19)$$

$$K_{eq} = K_{Ic} \quad (20)$$

De donde:

$$\sigma_c = \sqrt{\frac{K_{Ic}^2}{F_I^2 \cdot \pi \cdot a_c} - \tau_r^2 \cdot \left(\frac{F_{II}}{F_I}\right)^2 - \frac{1}{1-\mu} \cdot \tau_t^2 \cdot \left(\frac{F_{III}}{F_I}\right)^2} \quad (21)$$

Siendo:

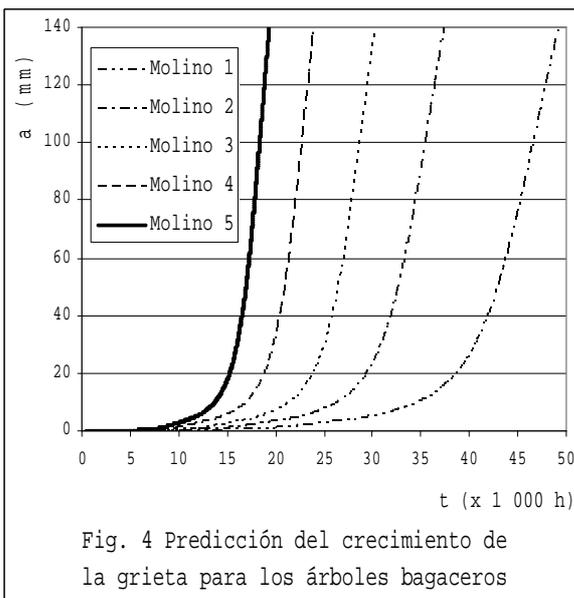
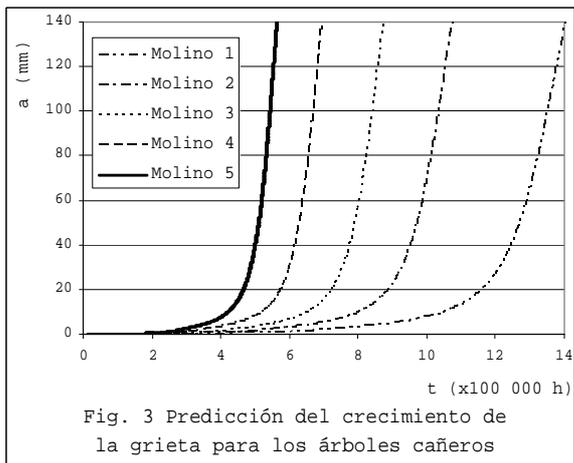
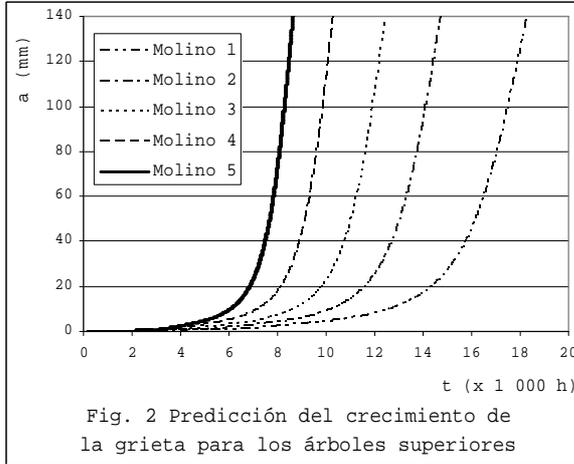
$K_{Ic}$  – Tenacidad a la fractura del material o coeficiente de intensidad de tensiones crítico del material de los árboles ( $MPa \cdot m^{1/2}$ ).

$\sigma_{Nc}$  – Tensión normal residual (MPa).

$a_c$  – Tamaño crítico para la grieta (m).

El valor de tenacidad a la fractura fue hallado con la expresión de Barsom – Rolfe, utilizando las propiedades mecánicas del material de los árboles (acero 45). El valor calculado fue  $K_{Ic} = 90 MPa \cdot m^{1/2}$ . En la ecuación (19) los subíndices *max.* y *min.* indican que los valores escogidos son los máximos y los mínimos respectivamente para un ciclo completo de carga. En las Figuras 2, 3 y 4 se muestra el crecimiento subcrítico de

la grieta para los árboles superiores, cañeros y bagaceros. El tamaño de la grieta inicial seleccionado es igual a 0,05 mm, el cual es una dimensión típica para un microdefecto [2, 5].



La confección de un plan de inspección satisfactorio requiere del establecimiento de un tamaño mínimo detectable de grieta y de un tamaño máximo permisible. El primero lo define la tecnología de detección utilizada, la facilidad de acceso al lugar que se necesita inspeccionar, la calificación y experiencia del personal a cargo de la operación. El valor seleccionado en este caso es de 4 mm.

Por otro lado, el tamaño máximo permisible depende de las cargas a las que está sometido el elemento. Es práctica común determinar un tamaño de grieta tolerable máxima por medio de la carga límite a la que puede ser sometido el elemento bajo análisis [2].

Para maquinaria pesada la carga límite es comúnmente un 10% mayor que la carga nominal y en [9] se estima en un 15% para los molinos de caña de azúcar. Utilizando este último valor de sobrecarga se determina el tamaño máximo tolerable del defecto.

En la Tabla 3 se muestran los valores que alcanza la tensión normal bajo estas condiciones.

Es necesaria la confección del gráfico de resistencia residual para la determinación del defecto máximo tolerable. El gráfico de resistencia residual es obtenido de la condición para que ocurra la falla instantánea.

Tabla 3 Valores límites para la tensión normal.

Molino	árbol	$\sigma_N$ (sobrecarga) (MPa)
1	superior	195
	cañero	26
	bagacero	80
2	superior	210
	cañero	27
	bagacero	87
3	superior	224
	cañero	29
	bagacero	93
4	superior	240
	cañero	32
	bagacero	100
5	superior	256
	cañero	34
	bagacero	107

Para el caso en estudio, la tensión dominante en el proceso de propagación de la grieta es la tensión normal, existiendo la posibilidad de construir un gráfico de resistencia residual de  $\sigma$  vs.  $a_c$  tomando los máximos valores que alcanzan las tensiones tangenciales, de modo que el cálculo resulte conservador.

La tensión tangencial radial se encuentra desfasada respecto a la tensión tangencial circunferencial entre  $80^\circ$

y 90° durante el proceso de agrietamiento. La primera puede alcanzar valores de 23 MPa y la segunda de 40 MPa para el árbol superior del quinto molino bajo condición de desalineación máxima. En la Figura 5 se muestra dicha gráfica incluyendo una curva adicional con valores nulos para las tensiones tangenciales. Como se aprecia, estas tensiones son poco influyentes para la zona de grietas no muy grandes. En la Tabla 4 aparecen los valores de los tamaños de grieta máximo permisible para cada uno de los árboles del tándem.

Otro dato de interés desde el punto de vista práctico es el tamaño de grieta crítica para el cual el árbol falla bajo condiciones nominales de carga (Tabla 4).

La ecuación para el cálculo del factor de intensidad de tensiones para el modo I de carga tiene un margen de error del 10% para tamaños de grieta de hasta un 25% del diámetro del árbol, y a partir de ese valor comienza a aumentar el error del modelo. Como los árboles inferiores se encuentran sensiblemente menos cargados que el superior, el factor de intensidad de tensiones equivalente no llega a crecer lo suficiente como para convertirse en crítico con el modelo establecido.

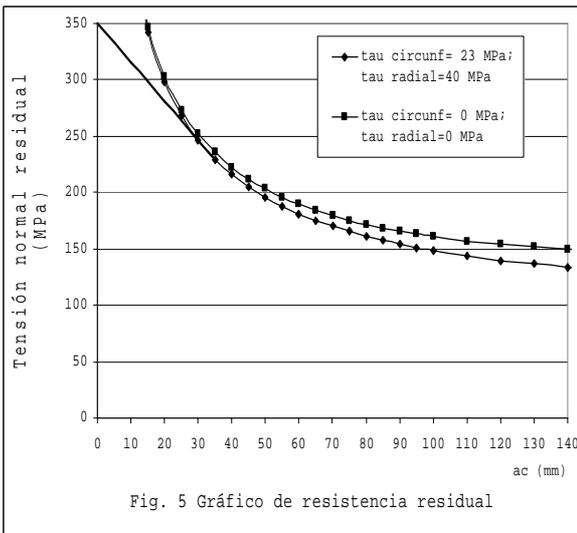


Fig. 5 Gráfico de resistencia residual

Como  $\overline{\Delta K}$  aumenta con la longitud de la grieta y como  $da/dN$  depende de ella, la razón de crecimiento de la grieta se acelera con el incremento de la dimensión del defecto. Esta situación obliga a utilizar un procedimiento de integración para poder conocer el tiempo que demora el crecimiento de la grieta. La ecuación utilizada es la siguiente [5]:

$$\Delta t_{\max} = \frac{1}{1440 \cdot n_s \cdot C} \int_{a_i}^{a_p} \frac{da}{(\overline{\Delta K})^n} \quad (22)$$

Donde:

- $\Delta t_{\max}$  – Intervalo interinspección máximo permisible (días).
- $a_d$  – Tamaño mínimo detectable de la grieta (m).
- $a_p$  – Tamaño máximo permisible de la grieta (m).
- $n_s$  – Velocidad de giro del árbol (ciclos/min).

La solución formal de la ecuación (22) es muy complicada. Un método de integración numérica para su solución resulta más conveniente. Cuando  $a_p$  es sustancialmente mayor que  $a_i$  y  $n$  tiene valor alrededor de 3 o mayor, el tamaño inicial de la grieta es el que domina el resultado de la ecuación; siendo insensible este último al valor de  $a_p$ . Este hecho se explica debido a que gran parte del tiempo que consume la grieta para su crecimiento es cuando posee dimensiones pequeñas.

El área bajo la curva de la razón de acumulación de los ciclos en función del incremento de la grieta es igual al número de ciclos, y por tanto al intervalo de tiempo que necesita la grieta para propagarse desde un tamaño inicial  $a_i$  hasta uno final  $a_f$ . Para los árboles superiores si resulta conveniente fijar con exactitud el tamaño final de la grieta debido a la relativa poca diferencia que existe de  $a_d$  con respecto a  $a_p$  o  $a_c$ . El área bajo la curva es hallada por:

$$Area = N_{i_f} = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{C \cdot (\overline{\Delta K})^n} \quad (23)$$

La imposibilidad de hallar el tamaño máximo permisible para los árboles inferiores es de poca importancia desde el punto de vista práctico. Esto no afectará el resultado del cálculo del intervalo de tiempo entre inspecciones o la determinación de la vida remanente del árbol.

En la Tabla 4 se muestran los intervalos de tiempo ínter-inspecciones necesarios para cada uno de los árboles, utilizando la ecuación (22) con un  $a_i$  igual al tamaño mínimo detectable ( $a_d$ ). Si durante la explotación del árbol se llegara a detectar una grieta de tamaño  $a_w$  la vida remanente del árbol puede ser hallada considerando  $a_i = a_w$ .

En dicha tabla es mostrada también la vida total de los árboles considerando el crecimiento de una grieta semielíptica que se desarrolla a partir de un micro defecto de 50  $\mu\text{m}$  hasta alcanzar el tamaño crítico.

**Tabla 4.** Intervalos de tiempo interinspecciones necesarios para cada uno de los árboles con un  $a_i$  igual al tamaño mínimo detectable ( $a_d$ ).

Molino	árbol	$a_p$ (mm)	$a_c$ (mm)	$\Delta t_{max}$ (días en operación)	Vida total (días en operación)
1	superior	51	132	272	744
	cañero	140*	-	$\infty$	$\infty$
	bagacero	140*	-	890	2 000
2	superior	43	94	207	575
	cañero	140*	-	$\infty$	$\infty$
	bagacero	140*	-	670	1 525
3	superior	37	78	166	475
	cañero	140*	-	$\infty$	$\infty$
	bagacero	140*	-	544	1 235
4	superior	32	64	130	384
	cañero	140*	-	$\infty$	$\infty$
	bagacero	140*	-	430	980
5	superior	27	54	100	310
	cañero	140*	-	$\infty$	$\infty$
	bagacero	140*	-	345	785

\*Considerado alrededor del 60% del radio del árbol.

Conocer la vida remanente de un árbol puede ser de gran utilidad, porque puede utilizarse el criterio de *elemento con grieta en operación* cuando no se cuenta con un árbol de repuesto en ese momento o su reemplazo inmediato puede perjudicar el proceso de producción. Además, la presencia de grietas no significa categóricamente la condición de no apto para explotación o la de falla instantánea. De hecho un árbol agrietado bajo condiciones de cargas controladas puede emplearse satisfactoriamente durante largos períodos de tiempo.

### 3. Conclusiones.

- La tecnología de la Mecánica de la Fractura Lineal Elástica resulta apropiada para la predicción de la vida remanente, así como para el establecimiento de los períodos entre inspecciones de los árboles de los molinos de caña de azúcar.
- Los resultados obtenidos solo consideran la posibilidad de una grieta superficial semielíptica en la zona del cambio en diámetro del collarín más cercano al acoplamiento cuadrado; la cual como se conoce, es la que acumula el mayor número de fallas para estos elementos. Para la confección de un plan de inspección general deberán analizarse las otras zonas del árbol que son propensas a fallas por fatiga y los aspectos económicos y de operación.

- Existe una gran diferencia en la tolerancia de los árboles de los molinos a permitir grietas. Los más críticos resultan ser los árboles superiores.
- Los árboles superiores trabajan bajo condiciones de carga extremas, por tal motivo el período de tiempo que transcurre desde la aparición de una grieta en su superficie hasta que la misma alcanza el tamaño máximo permisible es corto. Esto lleva a la necesidad de realizar inspecciones para ellos muy frecuentemente si se quiere evitar fallas por fatiga imprevistas.
- Con el objetivo de asegurar la integridad estructural de los árboles, estos deberían ser inspeccionados según los períodos de tiempo (en números de zafra de 120 días de operación) que se indican en la tabla 5:

**Tabla 5.**

Árbol Molino	Superior	Bagacero	Cañero
1	Cada 2 zafra	Cada 7 zafra	No necesitan ser inspeccion
2	Cada 1 zafra	Cada 5 zafra	
3	Cada 1 zafra	Cada 4 zafra	
4	Cada 1 zafra	Cada 3 zafra	
5	2 veces por zafra	Cada 2 zafra	

- Es deseable desde el punto de vista técnico-económico no realizar inspecciones a los árboles de los molinos durante el período de zafra. Para ello, deberá perfeccionarse la tecnología empleada de detección de grietas, de forma que el tamaño de grieta mínimo detectable sea menor. Para el caso presentado en este trabajo, poder contar con un  $a_d = 2$  mm posibilitaría alargar el período entre inspecciones para el árbol superior del quinto molino hasta 140 días de operación.
- Es posible tener un molino en operación con árboles agrietados para las posiciones inferiores, siempre y cuando se conozca el tamaño de la grieta, su razón de crecimiento y su tamaño máximo permisible utilizando la metodología propuesta. Por ejemplo, el árbol bagacero del primer molino con una grieta semielíptica superficial de 50 mm, podrá utilizarse satisfactoriamente durante 260 días de operación antes de que la grieta alcance su tamaño máximo permisible. Aunque, es recomendable eliminar la grieta mediante maquinado y recuperar el árbol mediante soldadura lo antes posible, y de ese modo el mismo podrá ser utilizado durante mayor tiempo.

### 4. Bibliografía.

1. Barsom, John M. "Fracture and fatigue control in structures: applications of fracture mechanics". Woburn (MA) : Butterworth-Heinemann, 1999. p. 85-325.

2. Broek, D. "The practical use of fracture mechanics". Dordrecht : Kluwer, cop. 1988. p. 211-369.
3. Buch, A. "Fatigue strength calculation". Trans Tech. Publications. 1988, p. 331 – 443.
4. Dally, J. W. "Experimental stress analysis". New York : McGraw-Hill, cop. 1991. p 20-90.
5. Dowling, N. E. "Mechanical behavior of materials : engineering methods for deformation, fracture, and fatigue". Upper Saddle River (NJ) : Prentice Hall, cop. 1999. p.239-550.
6. Ferdinand, L. Singer, A. "Strength of materials". New York (NY) : Harper & Row, cop. 1980. p. 120-280.
7. Fernández, G. S. "Investigación sobre el origen y desarrollo de la falla en árboles de molinos de centrales azucareros". Tesis en opción del grado científico de Doctor en Ciencias Técnicas. 1982, 161 p.
8. Herrera, E. "Roturas de Guijos". Memorias ATAC. 29 Conf. Annual. La Habana. No. 11, 1956, p323-335.
9. Hugott, E. Manual para ingeniero Azucareros / E. Hugot \_México Compañía Editorial Continental , S.A, 1974.\_ 803p.
10. Okamura, H., Tanuka , H. And Terao, M. (1972). Square box couplings in cane mill drivers, Parts 1 and 2. International Sugar Journal, 291-293 and 323-327.
11. Shigley J.E. y Ch. R. Mischke,.Mechanical Engineering Design. Sexta Edición. Boston: Mc Graw Hill, 2001.--1248p.
12. Socie, B. M. Marquis G. B. "Multiaxial Fatigue". Society of Automotive Engineers. 2000. – 620 p.
13. Tada, H. Paris, P. C. Irwin, G. R. "The stress analysis of cracks handbook". St. Louis (MO) : Del Research Corporation, 1973. p. 452-620.
14. Timoshenko, S. "Strength of materials". Malabar, FL : Krieger. 1984. p. 80-182.

---

## Remanent life in sugar cane mills shafts with semielliptic superficial cracks.

### Abstract

A method based in the fracture mechanics is presented for determining the residual life of sugar mill shafts with semielliptical cracks. Due to multiaxial stress field an equivalent strain energy release rate stress intensity solution is used in the Paris law to predict crack growth. Ultrasonic inspection intervals for the shafts are established. The crack zone evaluated is located in the bearing of the shoulder nearest to the square box coupling, where about 85% of the service failure in these of shafts are observed [7,8].

**Key words:** Mechanics of fracture,shaft, crack, fracture tenacity,subcritic growth , remanent life.