

Evaluación del predominio de variables geométricas en la frecuencia natural del sensor piezoeléctrico CTN-10-3/92.

R. Armas Cardona*, F. Martínez Luzardo, J. García de la Figal Costales*****

*Facultad de Ciencias y Tecnologías Nucleares del ISCTN.

** Centro de Investigaciones Tecnológicas Nucleares y Ambientales del ISCTN.

*** Dpto. Mecánica Aplicada. Facultad de Ingeniería Mecánica. ISPJAE.

Calle 127 s/n, CUJAE, Marianao 15, Ciudad Habana, Cuba.

Teléfono: 53 7-260 2267, Fax: 53 7-267 7129.

E-mail: rarmas@rsrch.isctn.edu.cu, luzardo@info.isctn.edu.cu, jfigal@mecanica.ispjae.edu.cu.

(Recibido el 10 de junio 2001, aceptado el 23 de septiembre del 2001).

Resumen

La modelación teórica, numérica o experimental del sistema de rigidez de sensores piezoeléctricos se desarrolla esencialmente para satisfacer requerimientos de usuarios, consistente en precisar la zona de trabajo en la característica de frecuencias del sensor. En ausencia del equipamiento convencional adecuado y en presencia de una geometría estructural compleja, los métodos numéricos resultan ser las herramientas principales para la modelación de problemas dinámicos.

El trabajo describe la configuración geométrica del sistema elástico de elevada rigidez del acelerómetro piezoeléctrico CTN-10-3/92 fabricado en Cuba. La obtención de la frecuencia natural de las 16 variantes del elemento de carga con cambios geométricos se realizó a través de la modelación, análisis y pos - procesamiento con el software COSMOS/M de elementos finitos. En el trabajo se incorporan detalles de la modelación CAD de las piezas, las entidades poliedros y partes generados, así como el tipo de malla y elemento empleado.

Se muestra la concordancia de los resultados de la presente evaluación numérica con los resultados del modelo analítico, obtenido en años anteriores para la geometría elemental. Se presenta la influencia de todos los factores geométricos variables concebidos y el beneficio que aporta para el diseño del transductor piezoeléctrico.

Palabras claves: Elementos Finitos, modelación numérica, sensor piezoeléctrico.

1. Introducción.

El modelo teórico del acelerómetro CTN-10-3/92 se desarrolla esencialmente para satisfacer requerimientos de los usuarios consistentes en precisar la zona de trabajo en la característica de frecuencias del sensor, cuando el diseñador o fabricante no cuenta con la instalación experimental necesaria para obtener la curva de respuesta en frecuencias. El modelo teórico es una herramienta de trabajo útil para rectificar y mejorar el diseño. El modelo consta del desarrollo del sistema elástico general del sensor y la determinación de su frecuencia natural teórica. El cálculo y evaluación del sistema elástico montado en el instrumento es uno de los procesos que forman parte del diseño de acelerómetros [1].

El esquema general elemental del sensor piezoeléctrico se muestra en la Fig.1. En trabajos

anteriores [2,3] se presenta la utilización del método planteado por Feodosiev [4] para evaluar la flecha en placas a partir de la teoría aplicada de la elasticidad para solicitaciones simples, más la solución buscada para la sollicitación particular del elemento de carga. Este procedimiento evalúa el coeficiente de rigidez k de la placa circular dividiendo la región en dos tramos interdependientes con frontera para la dimensión intermedia y simplifica los cálculos a ejecutar en comparación con el cálculo analítico exacto [5] del desplazamiento transversal de la placa de acuerdo a la sollicitación y la discontinuidad central mostradas en las Figuras.2 y 3. Para esta geometría, el cálculo analítico exacto ya es una tarea sumamente engorrosa, prácticamente no existe. La expresión para evaluar la frecuencia natural del elemento de carga sin las discontinuidades periféricas (orificios), obtenida por Armas, y otros [2,3], aunque es relativamente extensa, no presenta dificultades para su uso, pues con las

facilidades de los software de procesamiento de datos la tarea de cálculo se traduce a una labor elemental. Puede

considerarse que la función final propuesta es semi analítica.

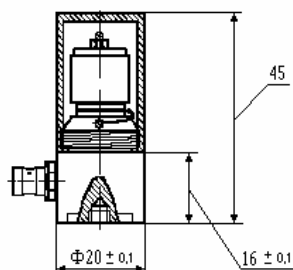


Fig.1 Esquema del sensor piezoeléctrico

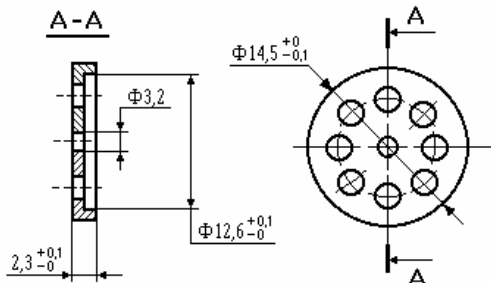


Fig.2 Dimensiones y forma del muelle de precarga.

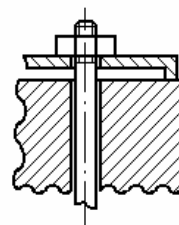


Fig.3 Detalles de la sollicitación real

Si se toman en cuenta las discontinuidades mostradas en la geometría del elemento de carga (ver Fig.2), la modelación descrita requiere de mayor análisis para considerar esta conformación geométrica más compleja. El paso a la solución por elementos finitos de semejantes geometrías puede ser una opción aceptable.

espesor de patas, cantidad y diámetro de orificios, espesor de placa y tipo de material en la frecuencia natural del elemento, fue posible obtener solo mediante la aplicación del método numérico “elementos finitos” a través de software profesionales.

2. Descripción geométrica del elemento elástico. factores de influencia.

El estudio del sistema elástico montado permite precisar el intervalo de trabajo del instrumento, evitando las distorsiones de amplitud y fase en la transformación del movimiento mecánico en electricidad.

El sistema elástico del acelerómetro CTN-10-3/92 aparece descrito por Armas, y otros [6] a través de las características constructivas del instrumento. El coeficiente de rigidez del muelle de precarga depende de la forma, las dimensiones y las propiedades del material. Este elemento en los acelerómetros debe ser de elevada rigidez y al mismo tiempo permitir la repetitividad del transductor. Por esto, se buscan los ajustes gruesos y finos en el proceso de fabricación para precisar la frecuencia natural del sistema. De esta manera, para esta forma particular, en los factores geométricos como: longitud y espesor de patas, cantidad y diámetro de orificios, espesor de placa y en el tipo de material utilizado se ha supuesto que estén presentes los ajustes mencionados, convirtiéndose en factores de influencia. La asociación de estas denominaciones con la forma y dimensiones se muestra en la fig.4.

Las condiciones geométricas reales y variables del elemento de carga no tuvo solución posible en el modelo semi-analítico antes descrito. La determinación de la influencia geométrica de los factores longitud y

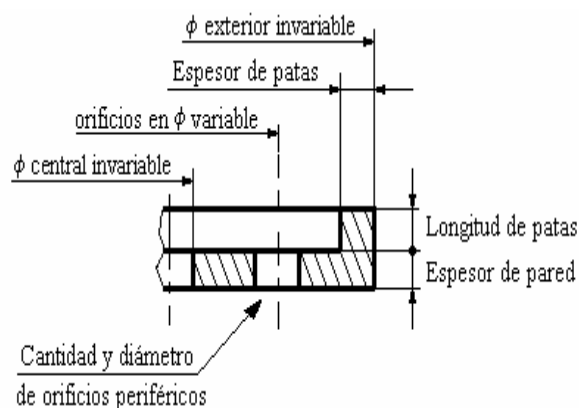


Fig.4 Factores geométricos del elemento de precarga.

En las figuras.5 y 6 se muestran dos tipos de elementos de carga ensayados con diferentes números de orificios. En el estudio realizado se tomó en cuenta dos magnitudes por cada factor de influencia, así como acero y bronce en el caso del tipo de material. Los valores de las magnitudes aparecen descritas en la Tabla 1 de la columna 2 a la 6.

La tarea principal del trabajo consiste en determinar qué factor de influencia predomina en la variación de la frecuencia natural del sistema mecánico y cuál es el de menor influencia, así como qué posición ocupan en éste intervalo los restantes factores de influencia geométricos.

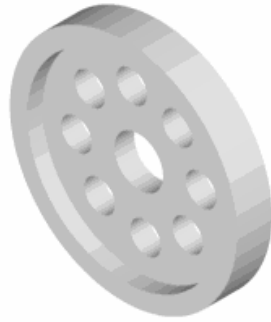


Fig.5 Elemento de precarga con 8 orificios

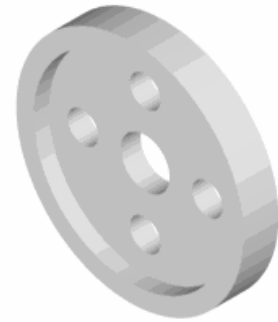


Fig.6 Elemento de precarga con 4 orificios.

3. El Método de Elementos Finitos. Software COSMOS/M.

Este método se fundamenta en el principio de resolver problemas físicos que no tienen solución manual a través de una aproximación que emplea elementos básicos para los cuales se tiene una solución conocida. El método consiste en una técnica numérica para resolver preferentemente problemas físico-mecánicos en el que los cuerpos se idealizan o se subdividen en elementos simples cuyo comportamiento esta bien definido [7,8]. Es empleado también, este método,

cuando el cálculo analítico (manual) no ofrece resultados precisos por sus múltiples simplificaciones o la imposibilidad de modelar el problema. El análisis por elementos finitos se define como un método numérico para aproximar la ecuación diferencial que representa el fenómeno físico de cualquier sistema continuo. El principio de elementos finitos es una teoría matemática rigurosa basada en el cálculo variacional, teoremas de la energía, principios de elasticidad y otras ecuaciones de la física y principios de ingeniería. Es una herramienta muy útil y poderosa para la solución numérica de problemas.

Tabla No.1 Piezas modeladas con GEOSTAR.

	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
N/O	Patas longitud (mm)	Patas espesor (mm)	Orificios (cantidad)	Orificios diámetro (mm)	Pared espesor (mm)	Material	Numeración de la pieza	Frecuencia (Hz)
1	1	1	4	1,5	2	Ac	Ac 26	14 701,30
2	2	1	4	2	1	Br	Br 20	5 809,55
3	1	2	4	2	1	Ac	Ac 110	10 111,87
4	2	2	4	1,5	2	Br	Br 188	14 141,73
5	1	1	8	2	2	Br	Br 12	9 639,21
6	2	1	8	1,5	1	Ac	Ac 42	7 937,02
7	1	2	8	1,5	1	Br	Br 144	8 029,22
8	2	2	8	2	2	Ac	Ac 162	16 708,22
9	1	1	4	1,5	1	Br	Br 128	6 114,25
10	2	1	4	2	2	Ac	Ac 146	13 792,10
11	1	2	4	2	2	Br	Br 56	13 740,07
12	2	2	4	1,5	1	Ac	Ac 86	10 421,65
13	1	1	8	2	1	Ac	Ac 102	7 630,88
14	2	1	8	1,5	2	Br	Br 180	9 554,10
15	1	2	8	1,5	2	Ac	Ac 78	18 584,14
16	2	2	8	2	1	Br	Br 72	7 207,63

Como software para ejecutar el método de elementos finitos se empleó el COSMOS/M – 1994, es un sistema modular de elementos finitos para computadoras personales o workstations, que posee pre y postprocesadores (Geostar), interfaces, traductores y utilitarios. Geostar es un CAD tridimensional gráfico para modelación geométrica, generador de malla, de análisis de elementos finitos y ploteador e impresor de resultados.

4. Descripción del modelo de elementos finitos.

El modelo del elemento elástico del sensor piezoeléctrico se construyó en proyección isométrica,

como se aprecia en las fig.5 y 6. Consta de múltiples entidades geométricas, de ellas, como promedio, 250 curvas y 120 superficies entre las entidades paramétricas y 16 u 8 contornos, según el número de orificios, 16 regiones, 20 poliedros y 20 partes entre las no paramétricas (ver fig. 7 y 8). La entidad geométrica *Parte* se refiere a sólidos multiédricos. Se generaron en las 16 variantes un promedio de 12 042 elementos y 3 519 nodos (ver figuras. 9 y 10). El promedio de ecuaciones simultáneas a resolver fue de 9236.

La configuración geométrica del modelo se inicia por las patas (ver fig.4), creando las superficies que apoyan en la masa sísmica. Mediante extrusión, a lo largo de la longitud de patas, se forman los primeros poliedros. Posteriormente se crean los contornos, superficies y las regiones del borde inferior de la pared de placa. Se delimitan los orificios central y periféricos y se extruyen todas las regiones en altura hasta completar el espesor de pared.

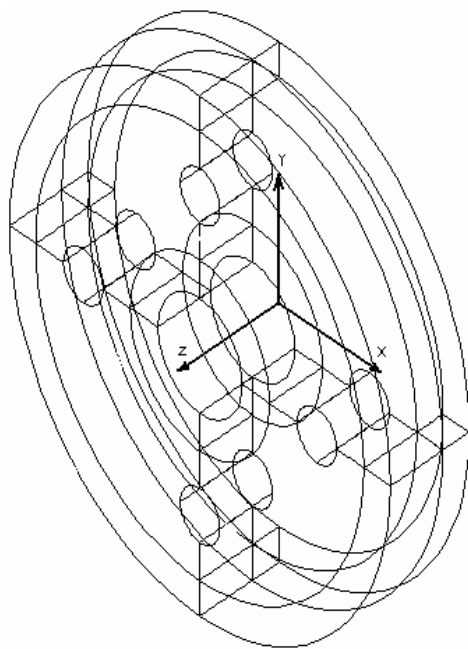


Fig. 7. Representación de la pieza de 4 orificios por curvas, superficies, contornos y regiones.

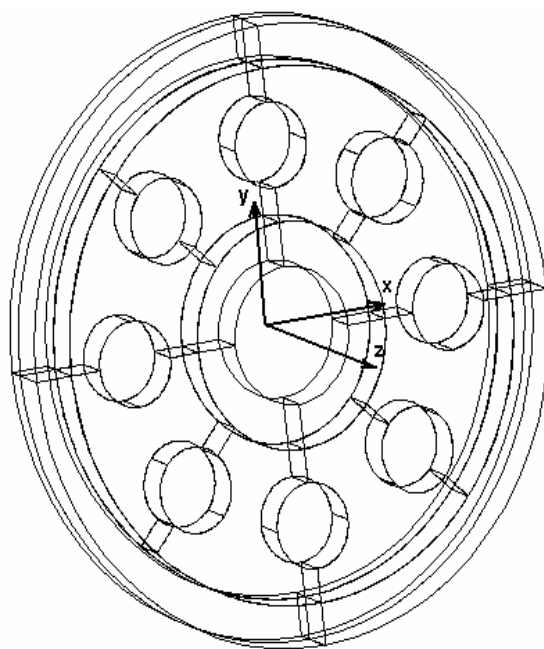


Fig. 8. Representación de la pieza de 8 orificios por curvas, superficies, contornos y regiones.

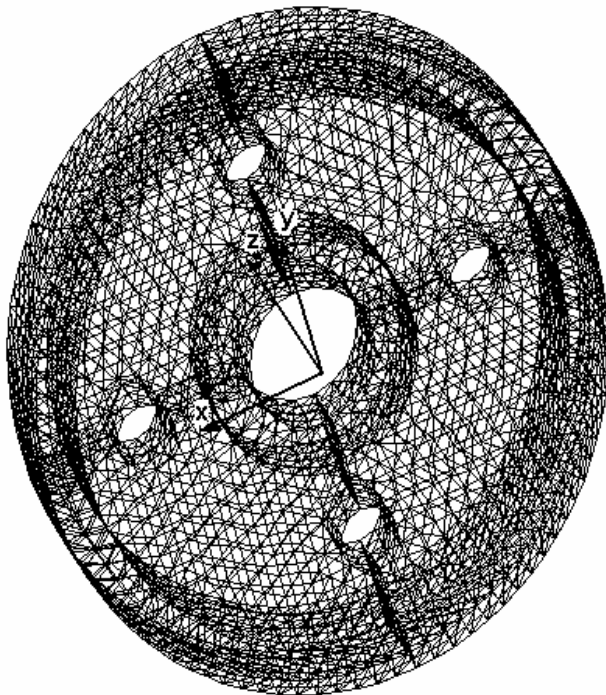


Fig. 9. Malla de la pieza de 4 orificios periféricos.

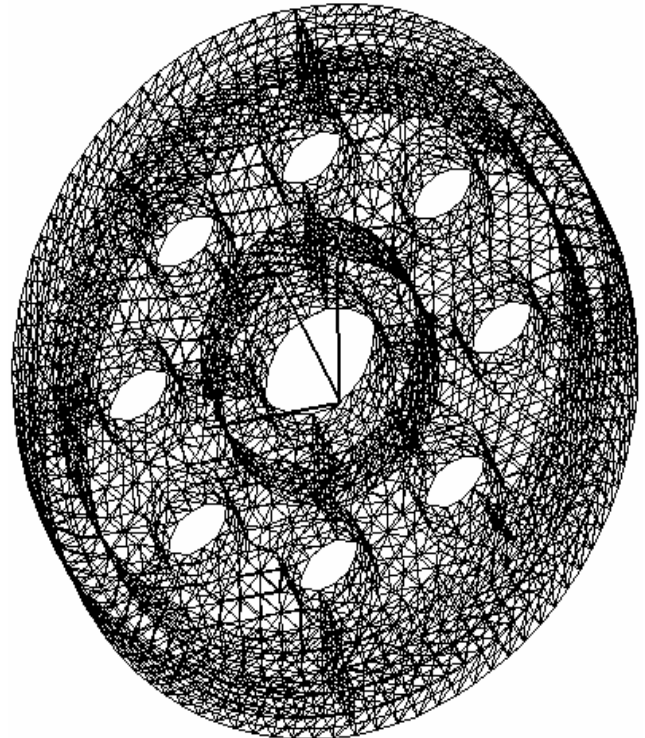


Fig. 10. Malla de la pieza de 8 orificios periféricos.

El tipo de elemento finito empleado es el TETRA4 con 0.5 y 0.6 mm de lado en dependencia de la conveniencia constructiva para 4 y 8 huecos periféricos. TETRA4 es un elemento sólido tridimensional de 4 nodos con tres grados de libertad por nodo, empleado para análisis estructural. La malla de elementos finitos se generó con el comando de mallado automático de la entidad *Partes*.

Como en todo sistema dinámico se establecieron las condiciones de frontera por medio de la restricción de entidades. En el modelo se le aplicó inmovilidad a los nodos de la base, como se muestra en la fig.11. El número de filas de nodos concéntricos en la superficie de la base de las patas es de tres. Se comprobó que es despreciable, en el valor de la frecuencia obtenida, el hecho de restringir desplazamiento en 1, 2 o las 3 filas concéntricas de dichos nodos.

Los resultados obtenidos del plan fraccionario saturado [2,3] muestran que los coeficientes de todas las variables resultan significativos debido a que la varianza del error puro hallada resultó muy pequeña ($S_{pe} = 929$). Sin embargo, al analizar el valor modular de los coeficientes se encontró, que tres de ellos resultaron ser de siete a nueve veces mayor que los tres restantes, respectivamente (ver tabla No.2).

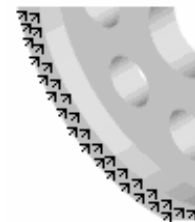


Fig.11. Sector del elemento de carga con restricciones.

Esto evidencia una influencia significativamente alta para los factores: espesor de pared, material y espesor de patas. El resultado de la influencia de la variable 5 (espesor de pared) es lógica y concuerda con los resultados de la modelación analítica. El módulo de elasticidad del material es directamente proporcional al coeficiente de rigidez de la pieza. El resultado de la influencia de la variable 6 (material) es, por tanto, bien comprensible. Han sido seleccionados dos materiales diferenciados en el doble de sus módulos de Young: para el acero se escogió $2,2 \cdot 10^5$ MPa y para el bronce $1,1 \cdot 10^5$ MPa. El incremento del espesor de las patas

tiende a rigidizar el elemento de carga al reducir la dimensión del radio para el movimiento transversal de placa. Este efecto de la variable 2 (patas espesor) tiene sentido lógico. Sin embargo, su influencia en la frecuencia natural es inferior al de la variable 5 (pared espesor) y casi igual al de la variable 6 (material).

Los factores geométricos de menor influencia existen. El diámetro de orificios, su cantidad y la longitud de patas constituyen los ajustes finos para la frecuencia y son factores geométricos con menor influencia. Se estima que el diámetro de orificios supera el porcentaje

de influencia de 4,53 % mostrado, ya que para este factor el cambio de valor fue solo de 1.33 por razones técnicas en cuanto a la dimensión máxima posible limitada por la estructura del sensor.

Definido principalmente por el módulo de elasticidad el material, la influencia de la masa estuvo presente en la investigación al cambiar las geometrías. La masa que cambia al cambiar la geometría es despreciable en comparación con la masa concentrada ubicada en cada modelo analizado que simula la masa sísmica.

Tabla No.2 Resultados de la influencia de las variables.

Orden de Variables	Variables	Cambio de valor por variable	Coefficientes de las variables	Relación entre coeficientes	Secuencia de importancia en las variables	Porcentaje de Influencia
1	Patas longitud	doble	$B_1 = -190,12$	$B_2 / B_1 = 7,84$	Sexta	2,81
2	Patas espesor	doble	$B_2 = 1489,32$		Tercera	21,98
3	Orific. cantidad	doble	$B_3 = -217,44$	$B_5 / B_4 = 9,69$	Quinta	3,21
4	Orific. diámet.	1.333	$B_4 = -306,68$		Cuarta	4,53
5	Pared espesor	doble	$B_5 = 2970,99$	$B_6 / B_3 = 7,36$	Primera	43,86
6	Material	doble*	$B_6 = 1599,28$		Segunda	23,6

5. Conclusiones.

Existe una distribución conveniente de la influencia de los factores geométricos que permitirá alcanzar un rápido diseño del sistema elástico del sensor para obtener una frecuencia natural característica.

El factor de influencia que predomina en la variación de la frecuencia natural del sistema mecánico es el espesor de pared (en un 44%) y el de menor influencia es el factor longitud de patas (3%). La posición que ocupan en éste intervalo los restantes factores de influencia se describe en la Tabla No.2.

6. Referencias.

- SERRIDGE, M. y T.R. LICHT: Piezoelectric accelerometer and vibration preamplifier handbook.; K. Larsen & Son; Denmark, 1987.
- ARMAS CARDONA, R.; F. CALDERON: Modelo teórico del acelerómetro CTN-10-3 /92; Conferencia Iberoamericana de Mecánica CIDIM / 97.
- ARMAS CARDONA, R.; F. CALDERON: Frecuencia natural teórica del acelerómetro CTN-10-3 /92.; Nucleus-Reprint CIEN, Centro de Información de la Energía, 1998.
- FEODOSIEV, V.I.: Resistencia de materiales; MIR 3ra. Edición, Moscú, 1985.
- TIJONOV, A.N. y A.A. SAMARSKY; Ecuaciones de la física matemática; MIR 3ra. Edición, Moscú, 1983.
- ARMAS CARDONA, R.; R. GARCIA y F. CALDERON: Características constructivas y pruebas de calibración del acelerómetro modelo CTN-10-3/92. Nucleus, No. 21, 1996, p.26.
- COOK, Robert D.; Finite Element Modeling for Stress Analysis; John Wiley and Sons, Feb. 1995.
- BRAESS, Dietrich; Finite Elements: Theory, Fast Solvers, and Applications in Solid Mechanics; Cambridge University Press; 1997.
- López Planas, R.; Diseño estadístico de experimentos; Universidad Autónoma de Yucatán, Mérida, Yucatán; Universidad de la Habana, 1994; p. 207.
- Martínez Luzardo, F.; Diseño de Experimentos; ISCTN;D.A. 01557-1557; 1996.

Geometric variables evaluation with influence in the natural frequency of the piezoelectric sensor CTN-10-3/92.

Abstract:

Theoretical, numeric or experimental modelation of piezoelectric sensor rigidity system is developed essentially for the users' requirements, consistent in specifying the working area in the sensor frequencies characteristic. In absence of appropriate conventional equipment and in presence of complex structural geometry, the numeric methods results the main tools for the modelation of dynamic problems. The paper describes the geometric configuration of high rigidity elastic system of the CTN-10-3/92 piezoelectric accelerometer manufactured in Cuba. The obtaining of 16 natural frequencies variants of the load element with geometric changes was carried out through the modelation, analysis and post-processing with the use of COSMOS/M. Details of CAD modelation of pieces, polyhedrons and generated parts, as well as the mesh type and used element are incorporated in the work.

Agreement between the present numeric evaluation results with the results of the analytic pattern obtained in previous years for the elementary geometry are shown. The influence of all geometric variables factors conceived and the benefit that contributes for the piezoelectric transducer design are exposed.

Key words: Finite elements, numeric modelation, piezoelectric sensor.