

Descifrado geométrico de transmisiones de engranaje por tornillo sinfín cilíndrico

G.Rivero Llerena

Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería Mecánica
 Instituto Superior Politécnico José Antonio Echeverría
 Calle 127 s/n, CUJAE, Marianao 15, Ciudad Habana, Cuba.
 Email: grivero @ mecanica. ispjae.edu.cu

(Recibido el 23 de septiembre de 1999, aceptado el 12 de febrero del 2000)

Resumen

Se aborda el tema de la geometría de transmisiones de engranaje por tornillo sinfín cilíndrico como acción preliminar al proceso de reconversión de reductores de velocidad de mismo tipo. Se utilizan los diagramas bicromáticos como una herramienta para el tratamiento algorítmico de problemas de descifrado geométrico.

Palabras claves: Transmisión mecánica, descifrado, grafos bicromáticos, engranaje de tornillo sinfín.

1. Introducción

La disposición de los componentes internos y las exigencias de fabricación y montaje son los responsables de las prestaciones de los reductores por tornillo sinfín y corona. Por el diverso uso que tienen estos conjuntos mecánicos de orden superior destinados a la transmisión de torque, nuestras industrias movilizan anualmente considerables recursos monetarios para su adquisición. No resulta fácil la fabricación de estos mecanismos en el país, aunque ya unos pocos especialistas han acometido esta tarea con aciertos, es más factible en nuestras condiciones realizar la actividad de reconversión de los mismos con el consiguiente ahorro de recursos. La tarea de descifrado y elaboración de planos ejecutivos que anteceden al trabajo de reconversión generalmente constituye un elemento moroso que conspira contra las urgencias que, en la mayoría de los casos, tiene el cliente. El uso de los diagramas bicromáticos facilita la creación de algoritmos de cálculo de diversos problemas.

Este trabajo forma parte de una serie dedicada a la geometría externa; en relación con el mismo existe otro, en fase de terminación, que brinda una respuesta gráfica

(planos ejecutivos) con el uso de AutoCAD el cual se alimenta de los resultados del descifrado geométrico.

2. Parámetros geométricos

La geometría interna tiene como fronteras los diámetros externos y de fondo del dentado, ella define el tipo de tornillo sinfín con respecto al perfil del filete y además propicia un determinado grado de conjugación que tributa en gran medida a la eficiencia de la transmisión. La mayor parte de las dimensiones del conjunto tornillo - rueda está vinculada a la geometría externa, aquí se incluyen todos los parámetros geométricos, siendo la distancia interaxial uno de los parámetros más vinculados a la capacidad de carga.

En la figura 1 se brinda una representación esquemática de la geometría externa la cual constituye el objeto de este trabajo. Como todo objeto en ingeniería, este también podrá ser representado a través de un modelo matemático (M) el cual está compuesto por un conjunto de relaciones (R) definido en un conjunto de variables (V). Simbólicamente:

$$M = \langle R, V \rangle$$

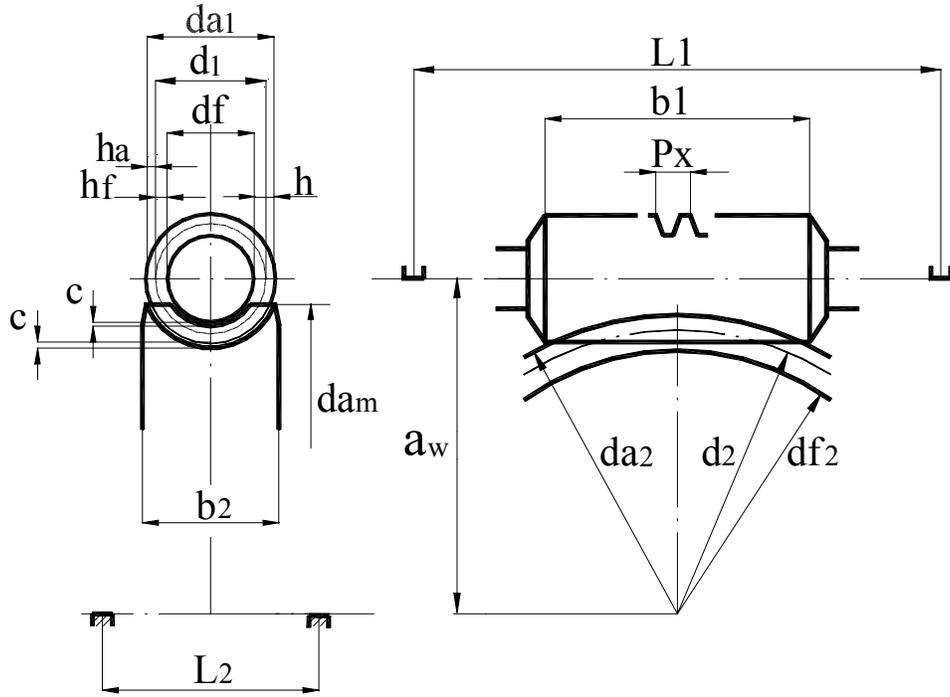


Fig. 1. Esquema de la transmisión.

El modelo matemático concebido para la geometría de la transmisión presenta la siguiente composición [1,3,4]:

$$\frac{2a_w - df_1}{2.4 + Z'_2} - m_x = 0 \quad (1)$$

$$df_1 + 2.4m_x - d_1 = 0 \quad (2)$$

$$2a_w - d_1 - d_2 = 0 \quad (3)$$

$$d_2 + 2m_x - da_2 = 0 \quad (4)$$

$$m_x - ha = 0 \quad (5)$$

$$d_1 + 2m_x - da_1 = 0 \quad (6)$$

$$\frac{Z_2^1 - Z_2}{2} - x = 0 \quad (7)$$

$$\operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{m_x \cdot Z_1}{d_1}\right) - \gamma = 0 \quad (8)$$

$$m_x \cos(\gamma) - m_n = 0 \quad (9)$$

$$d_2 + 3m_x - dam = 0 \quad (10)$$

$$\frac{Z_2}{Z_1} - u = 0 \quad (11)$$

$$2\sqrt{\left(\frac{da_2}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_2 - ha}{2}\right)^2} - b_1 = 0 \quad (12)$$

$$ha + hf - h = 0 \quad (13)$$

$$\pi m_x - P_x = 0 \quad (14)$$

$$1.2m_x - hf = 0 \quad (15)$$

$$0.2m_x - c = 0 \quad (16)$$

$$1.125\sqrt{(da_1 + 2c)^2 - (da_1 - 4ha)^2} - b_2 = 0 \quad (17)$$

$$3.3a_w^{0.87} - L_1 = 0 \quad (18)$$

$$0.76a_w - L_2 = 0 \quad (19)$$

$$\frac{d2}{m_x} - Z_2 = 0 \quad (20)$$

donde los parámetros que no aparecen en la figura, se designan como:

- m_n - módulo normal
- m_x - módulo axial
- u - relación de transmisión
- X - coeficiente de corrección de la rueda
- Z_1 - número de entradas del tornillo
- Z_2 - número de dientes de casación de la rueda
- Z_2 - número de dientes de la rueda
- γ - ángulo de elevación de la espira

Los parámetros restringidos, mediante valores normados son m_x y P_x , además los valores de Z_1 y Z_2 sólo admiten números enteros.

3. Grafos bicromáticos

La actividad de Diseño Mecánico requiere del empleo de algoritmos de cálculo y dentro de estos, el proyectista será más eficiente en la medida que conoce los orígenes de dichos algoritmos. Los grafos bicromáticos son una herramienta eficaz para la elaboración de algoritmos que brindan respuesta a complejos problemas de la más diversa naturaleza. Estos grafos están definidos por puntos llamados vértices y líneas llamadas aristas, se llaman bicromáticos porque en su confección generalmente se usan dos colores.

Un modelo matemático puede representarse por un grafo bicromático donde los vértices que representan las relaciones y los vértices que representan las variables tengan respectivamente colores diferentes. El grafo estará bien conformado cuando no existan vértices de un mismo color unidos [2]. Estos grafos pueden resultar expresados en el espacio o en el plano, siendo estos últimos de mayor comprensión al no tener aristas que se crucen. En la figura 2 se expone el grafo del modelo matemático correspondiente a la geometría de la transmisión sinfin, este grafo está compuesto por un total de 21 relaciones y 25 variables.

4. Un problema de descifrado

Cualquier problema (P) planteado sobre un modelo matemático también puede representarse mediante un grafo bicromático, sin orientación de sus aristas, que será similar al grafo del modelo, con la diferencia de que en el grafo del problema no aparecerán ni los vértices de las variables de entrada (E), ni las aristas correspondientes a estos vértices [2]. Los problemas de

$$d2 - 2,4mx - df_2 = 0 \quad (21)$$

ingeniería son estructurados y están compuestos por el conjunto de variables de entrada (E) y el conjunto de variables de salida (S), que recibirán valores en función de los valores de las variables de entrada $f(x)$. La representación de un problema viene dada por:

$$P = \langle E, S \rangle$$

Existen problemas incompletos cuando solo se da uno de los conjuntos; de esta forma cuando solo se encuentra el conjunto E se ha definido una situación y cuando solo se encuentra el conjunto S se ha definido una meta.

Una vez planteado el problema sobre un modelo matemático, éste se caracterizara por un número de grados de libertad $L(p)$ el cual se define por la diferencia entre el número de incógnitas y el número de relaciones [6], quedando:

$$L(p) = [x] - [f(x)]$$

Un problema será compatible si:

$$L(p) \geq 0$$

Se considera determinado (solución única) un problema en el que:

$$L(p) = 0$$

Los problemas determinados, que siempre serán compatibles, también se denominan problemas de simulación.

El problema es indeterminado si:

$$L(p) > 0$$

Para la solución de un problema compatible e indeterminado se hace necesario incluir un criterio de optimización con lo que el problema queda reducido a un problema de optimización.

En el caso de los problemas incompatibles, los grados de libertad serán:

$$L(p) < 0$$

En este último caso existe la posibilidad de dar solución si incluimos en el modelo matemático un número $L(p)$ de variables adicionales (variables de holgura) en razón de un problema de optimización [6].

La situación más común en la actividad de descifrado de reductores por tornillo sinfin es recibir de manos del cliente el tornillo y la carcaza a través de los cuales, mediante una medición minuciosa, pueden ser extraídos algunos parámetros geométricos con suficiente confiabilidad.

En el problema que aquí se tratará [5] fue declarado el conjunto de variables de entrada:

$$E1 = \{ a_w, da_1, p_x, z_1 \}$$

Siendo la meta la obtención del resto de las variables que componen el modelo matemático de la geometría externa.

$$S1 = \{ d_1, df_1, d_2, da_2, df_2, d_{am}, b_1, b_2, ha, h_f, h, c, L1, L2, m_x, mn, u, x, z_2, z_2', \gamma \}$$

de esta forma el problema queda confeccionado a partir de la expresión:

$P1 = \{E1, S1\}$

Siguiendo la explicación anterior se ha representado el problema a partir de la transformación del grafo del modelo, ver figura 3.

El conjunto de las incógnitas del problema es:

$[x] = \{S1\}$

y el conjunto de las relaciones es:

$f(x) = \{R1, R2, \dots, R21\}$

El número de grados de libertad del problema es:

$L(p) = [x] - [f(x)] = 21 - 21 = 0$

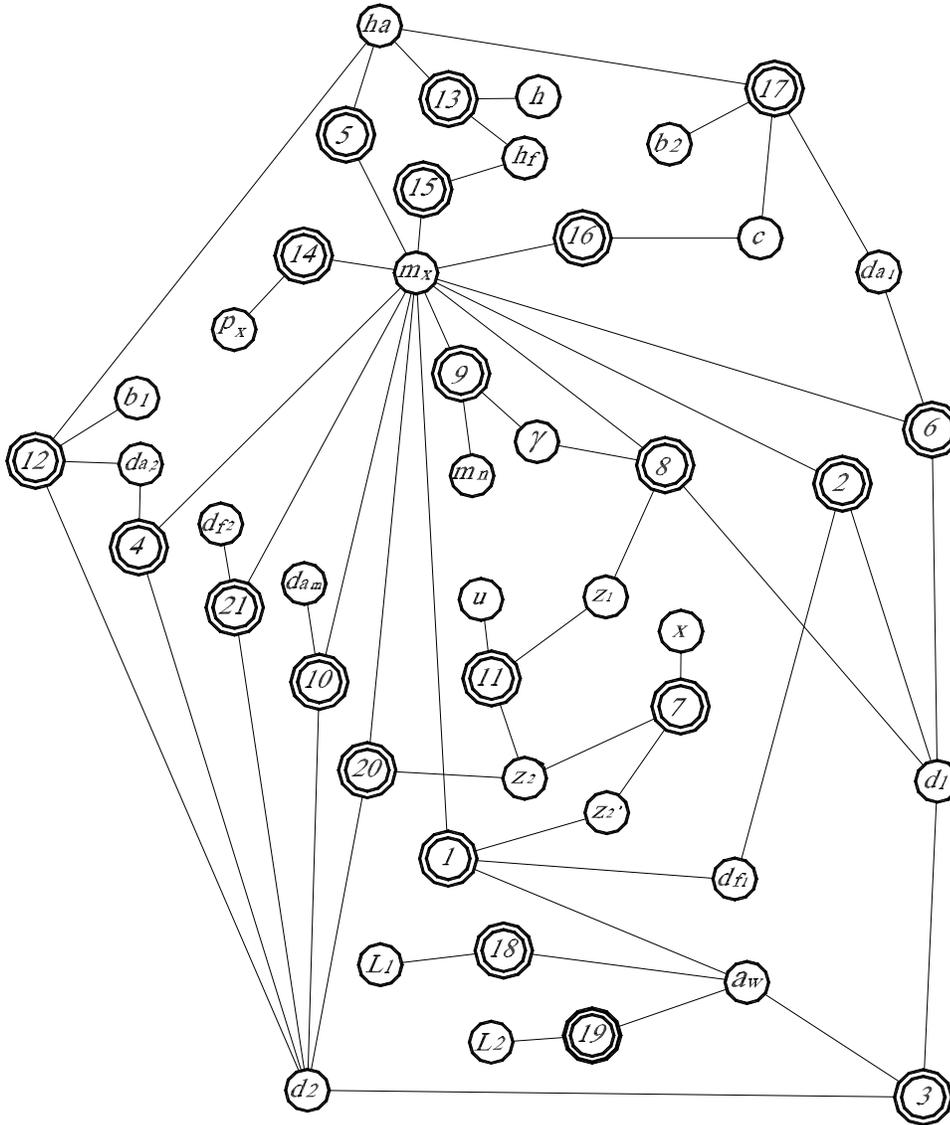


Fig. 2. Grafo del modelo

Siendo el número de grados de libertad nulo, quiere decir que constituye un problema de simulación.

En la solución de los problemas de simulación se sustituyen las aristas del grafo del problema por arcos (saetas) dirigidos desde las relaciones a las incógnitas,

determinándose así los pares perfectos entre los conjuntos x y $f(x)$. [2]

El algoritmo queda finalmente orientado con arcos que parten de las incógnitas, dando lugar a un grafo bicromático orientado acíclico, para el caso que nos ocupa.

P14: {r 12 } ; {b₁ }
 P15: {r 10 } ; {dam }
 P16: {r21 } ; {df₂ }
 P17: {r16 } ; {c }
 P18: {r 17 } ; {b₂ }
 P19: {r 18 } ; {L1 }
 P20: {r 19 } ; {L2 }
 P21: {r 11 } ; {u }

5. Aplicación práctica

La experiencia en trabajos de reconversión ha permitido al autor de este trabajo, estudiar los tipos, causas e incidencia económica de los deterioros que suelen ocurrir en este tipo de reductor de velocidad. Con la reposición de aproximadamente 40% de los componentes funcionales del reductor por tornillo sinfin resulta posible restablecer las cualidades de servicio de estas unidades mecánicas, muy usadas en los accionamientos de plantas de producción, que por su obsolescencia no son compatibles con las distancias de instalación de los modernos diseños de carcazas lo cual sugiere la continuidad del uso de la carcaza original. Por otro lado, el costo de la reconversión no excede el 35% del costo de adquisición de una nueva unidad [5]. Como

ejemplo de aplicación del procedimiento aquí expuesto, se muestra el trabajo de descifrado de la geometría externa del reductor de velocidad por tornillo sinfin, empleado en el accionamiento del horno rotatorio de la refinería de ALCUBA perteneciente al SIME. El trabajo de reconversión fue realizado por el grupo de producciones mecánicas del ISPJAE.

Para obtener los valores correspondientes al conjunto de datos de entrada se utilizó el siguiente instrumental:

En la medición de la distancia interaxial, tomada de la carcaza, se utilizó el mármol plano y el pie de rey de altura con apreciación de 0.02 mm.

En la medición del diámetro exterior del tornillo se utilizó el micrómetro exterior de caras planas con apreciación de 0.01mm

En la medición del paso axial del tornillo, se realizó la medición indirecta con el empleo del pie de rey de exteriores con apreciación de 0.05mm.

El proceso de descifrado se realizó con el programa de cálculo Descifra [5] escrito en AutoLISP, dada la compatibilidad de este lenguaje de programación con el AutoCAD

A continuación se muestran los valores del conjunto de datos de entrada así como los resultados del problema resuelto.

Tabla 1. Valores de datos de entrada.

a _w	150 mm
da ₁	88,30 mm
p _x	22 mm
z ₁	1

Resultados:

Tabla 2. Parámetros del tornillo.

d ₁	74,30 mm
d _{f1}	57,50 mm
b ₁	112,42 mm
L ₁	258,05 mm

Tabla 3. Parámetros de la rueda.

d _{f2}	208,90 mm
d ₂	224 mm
da ₂	239,70 mm
da _m	246,70 mm
b ₂	76,82 mm
L ₂	114 mm
Z ₂	32 dientes
Z ₂ ¹	32,24 dientes

Tabla 4. Parámetros comunes.

m_x	7 mm
m_n	6,96 mm
ha	7 mm
hf	8,4 mm
h	15,4 mm
u	32
c	1,4 mm
x	0,12
γ	5,38°

A partir de los resultados obtenidos se confeccionaron los planos ejecutivos de la rueda y el tornillo correspondiente, posteriormente se procedió a la fabricación, verificación e instalación del par en la carcasa original del reductor de velocidad cuyo costo de adquisición fue de \$1200.00 CIF.

6. Conclusiones

1-El diagrama bicromático logrado contribuye al tratamiento algorítmico de la tarea de descifrado geométrico de la transmisión por tornillo sinfin, a partir de mediciones sobre los parámetros geométricos que no sufren desgaste durante el funcionamiento.

2-Para un nuevo diseño también es posible el empleo del procedimiento expuesto.

3-El método expuesto constituye una sólida plataforma para la respuesta gráfica (mediante dibujos paramétricos) del proceso de reconversión o de diseño.

En un próximo trabajo, que se relaciona con la geometría de la transmisión, se expondrá la automatización de los dibujos del tornillo y la corona.

Bibliografía

1. ANSI / AGMA 6022-C93. Manual of General Industrial Cylindrical Worm Gearing for Power Transmission.
2. Harari P. Teoría de grafos, ediciones Madrid, 1973.
3. Niemann G. Tratado teórico práctico de elementos de máquinas Ed. Labor S.A. 1976 España, Barcelona.
4. NC 16-67 : 83 Transmisiones por Engranajes Sinfin, Términos, Definiciones y Símbolos.
5. Rivero Llerena G. Reconversión de transmisiones Sinfin. Tesis para optar por el grado de Master en Diseño mecánico, La Habana, 1997.
6. Wilson Robin J. Introduction to graph theory, Oliver, Edimburg, 1972.

Deciphered geometric of worm gears transmissions

Abstract

The worm gear geometry is treated as a way of recovering of speed reducers. Bicromatic diagram is used as tool for algorithm treatment and analyzing of geometric problems.

Key word: Worm gears, deciphered, bicromatic diagrams, mechanical transmissions.