Algoritmo para generar formulas de características geométricas de las secciones planas, su implementación en DERIVE

Rolando Rivero-Galán

Recibido el 25 de septiembre de 2009; aceptado el 3 de marzo de 2010

Resumen

En la esfera del diseño de estructuras y de elementos de maquinas, se presenta con relativa frecuencia el cálculo de determinadas características o propiedades geométricas de secciones planas, como son entre otras: el área de una sección transversal, el centro de gravedad, un momento de inercia o más general la determinación de alguna característica geométrica definida por una integral doble extendida en la región del plano que ocupa la sección, pieza o elemento.

El presente trabajo tiene como objetivo la confección de un programa para computadora, utilizando el asistente matemático DERIVE, para la determinación de las características geométricas de secciones planas cuyo contorno este constituido por segmentos de rectas.

Palabras claves: Algoritmo, sección plana, DERIVE, momentos, centro de gravedad.

Algorithm for the calculation of the geometric characteristics of the plane sections defined for polygonal, their implementation in DERIVE

Abstract

In the sphere of the design of structures, is relative frequency the calculation of certain characteristic or geometric properties of plane sections, like: the area of a traverse section, the center of gravity, a moment of inertia or more general the determination of some geometric characteristic defined by a double integral extended in the region of the plane that occupies the section, piece or element.

The present work has as objective the making of a program for computer, using the mathematical assistant DERIVE, for the determination of the geometric characteristics of plane sections whose contour this constituted by segments of right.

Key words: Algorithm, plane section, DERIVE, moments, center of gravity

1. Introducción.

Al obtener los modelos matemáticos o fórmulas para describir el comportamiento de elementos de máquinas o estructurales, sometidos a acciones exteriores surge la necesidad de calcular determinadas integrales dobles extendidas sobre la sección transversal del elemento bajo análisis [1].

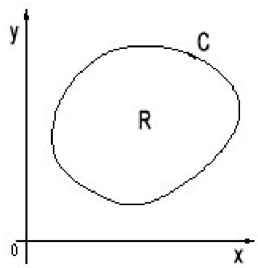

Figura 1. Región simplemente conexa orientada positivamente

Sea *R* la región del plano simplemente conexa limitada por el contorno *C* y orientada positivamente, como se muestra en la figura 1, entonces tiene lugar la formula:

$$\oint_C \vec{F}.dr = \iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right).dxdy \qquad (1)$$

Siendo $\vec{F} = P(x, y)i + Q(x, y)j$, un campo vectorial con componentes $P(x, y)\ y\ Q(x, y)$, continuas y con derivadas parciales continuas en $R \cup C$.

Una propiedad o característica geométrica de una sección plana que ocupa la región R del plano XY, está dada por una integral doble extendida en la región R de una cierta función $f(x, y)$ que modela la propiedad o característica, por lo que se tiene:

$$\oint_C P(x, y)dx + Q(x, y)dy = \iint_R f(x, y)dxdy \qquad (2)$$

siendo: $f(x, y) = \dfrac{\partial Q(x, y)}{\partial x} - \dfrac{\partial P(x, y)}{\partial y}$ (3)

Por lo que escogiendo adecuadamente los campos escalares, $P(x, y)\ y\ Q(x, y)$ se consigue expresar la integral doble que modela la característica que se desea calcular como una integral de línea a través del contorno C que limita a la región R.

Para secciones con una densidad superficial de masa constante e igual a la unidad, por ejemplo el momento de inercia del área respecto al eje x está dado por:

$$I_x = \iint_R y^2 dxdy \qquad (4)$$

Entonces $f(x, y) = y^2$, de (3), se tiene inmediatamente que,

$$\frac{\partial Q(x, y)}{\partial x} - \frac{\partial P(x, y)}{\partial y} = y^2$$

$$, haciendo\ \ Q(x, y) = 0$$

$$P(x, y) = -\frac{1}{3}y^3 + \phi(x)$$

Siendo ϕ una función arbitraria, por lo que se tiene la formula.

$$Ix = -\frac{1}{3}\oint_C y^3 dx \qquad (5)$$

Con la formula (4) es posible calcular el momento de inercia de la región mediante una integral de línea a través del contorno [2].

Formulas similares se han obtenido para las características geométricas de secciones planas, por ejemplo para el cálculo de las coordenadas del centro de gravedad de la región se emplean las formulas:

$$xc = \frac{\oint_C x^2 dy}{\oint_C -ydx + xdy} \qquad (6)$$

$$yc = -\frac{\oint_C y^2 dx}{\oint_C -ydx + xdy} \qquad (7)$$

Si el contorno está formado por la unión de curvas simples a tramos también tienen lugar las formulas anteriores, así como cuando la región que ocupa la sección sea múltiplemente conexa.

Cuando el contorno de la región se aproxima mediante segmentos de rectas formando poligonales para obtener una aproximación del valor de la integral de línea o el contorno está formado por segmentos de rectas orientados adecuadamente como se indica en la figura 2, tienen lugar las siguientes expresiones para algunas de las propiedades geométricas.

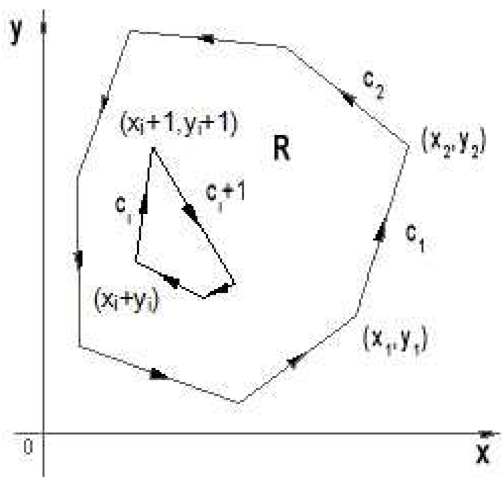

Figura 2. Región doblemente conexa, contorno poligonal y orientación positiva

Área de la región.

$$A = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}(x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i) \qquad (7)$$

Primeros Momentos.

$$Mx = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{i+1})(y_{i+1}^2 + y_{i+1} y_i + y_i^2) \qquad (8)$$

$$My = \frac{1}{6}\sum_{i=1}^{n}(y_i - y_{i+1})(x_{i+1}^2 + x_{i+1} x_i + x_i^2) \qquad (9)$$

Momentos de inercia

$$Ix = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{i+1})(x_{i+1}^3 + x_{i+1}^2 y_i + y_{i+1} y_i^2 + y_i^3) \qquad (10)$$

$$Ix = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n}(y_i - y_{i+1})(y_{i+1}^3 + y_{i+1}^2 x_i + x_{i+1} y_i^2 + x_i^3) \qquad (11)$$

$$Ixy = \frac{1}{12}\sum_{i=1}^{n}(x_i - x_{i+1})\left(x_{i+1}\left(3y_{i+1}^2 + 2y_{i+1} yi + y_i^2\right) + x_i\left(y_{i+1}^2 + 2y_{i+1} yi + 3y_i^2\right)\right) \qquad (12)$$

Para la programación en computadora digital y con el objetivo de encontrar formulas cerradas para el cálculo de las características geométricas, se utilizó el asistente matemático DERIVE dado su gran poder para trabajar simbólicamente y su alto poder de cómputo, el programa se denomina: POLY_PROPIEDADES.dfw.

Por supuesto que con el programa desarrollado es posible también el cálculo numérico de secciones con geometría compleja, pero, para esto se diseñó y programó el sistema: **Cálculo Generalizado de las características Geométricas de Secciones Planas, CGSP** que se basa en los algoritmos señalados.

Para el uso del programa POLY_PROPIEDADES.dfw, se define un vector, cuyas componentes son matrices, cada matriz es una componente del contorno. Estas matrices contienen es sus filas las coordenadas de los puntos inicial y final de cada segmento de recta, con la orientación dada al contorno. Las matrices pueden contener cualquier número de filas.

Para facilitar la definición del contorno se han creado varias funciones, que permiten definir regiones simétricas respecto a los ejes coordenados o al origen de coordinas, rotar y trasladas regiones. También se cuenta con funciones que define la región del plano que corresponde a los perfiles más comunes en función de las dimensiones de cada perfil,

Las funciones para definir simetría son:

SYMETRY_X (f), esta función define el contorno de una región simétrica respecto al eje de coordenadas X, donde f es una de las partes del contorno.

SYMETRY_Y (f), define el contorno de una región simétrica respecto al eje de coordenadas Y, donde f es una de las partes del contorno.

SYMETRY_ORIGEN (f_), devuelve el contorno de una región simétrica respecto al eje al origen de coordenadas.

Se han programado funciones que permiten trasladar a una región del plano 0 a un perfil a un punto dado o realizar una rotación determinada, alrededor del origen de coordenadas.

Ejemplo 1:

Supongamos que se tiene el conocido perfil de la siguiente figura

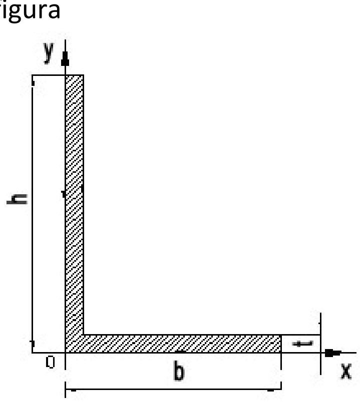

Figura 3.- Región del plano que define a un perfil L

La función, L_PROFIL (b, h, t), devuelve una matriz que define la región mostrada en la figura 3, con la orientación adecuada y con las dimensiones generales de base, altura y espesor del perfil, esta matriz es:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ b & 0 \\ b & t \\ t & t \\ t & h \\ 0 & h \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (13)$$

Note que las filas de la matriz anterior son las coordenadas de los vértices de la poligonal que forma el perfil L, para formar la frontera su frontera.

Si ese perfil se desea rotar un ángulo θ y trasladar su origen al punto (s, t), la función ROTA_PROFIL (L_PROFIL (b, h, t), α), realiza esa operación de rotación, obteniéndose.

$$\begin{bmatrix} h & k \\ b\cos(\theta)+h & b\sin(\theta)+k \\ b\cos(\theta)+t\sin(\theta)+h & t\cos(\theta)+b\sin(\theta)+k \\ t\cos(\theta)-t\sin(\theta)+h & t\cos(\theta)+t\sin(\theta)+k \\ t\cos(\theta)-h\sin(\theta)+h & h\cos(\theta)+t\sin(\theta)+k \\ h-h\sin(\theta) & h\cos(\theta)+k \\ h & k \end{bmatrix} \quad (14)$$

La programación permite realizar simplemente la operación:

TRASLADAR_PROFIL (ROTA_PROFIL (L_PROFIL (b, h, t), θ), h, k), obteniéndose el mismo resultado.

Es de destacar que las operaciones realizadas y en general para los perfiles definidos el algoritmo creado da como resultado una matriz que contiene las coordenadas de los vértices de la poligonal correspondiente y con la geometría que se haya solicitado.

Todas las funciones que se han indicado también pueden ser utilizadas para regiones múltiplemente conexas de cualquier grado.

Una vez definido el contorno, este se pasa como argumento de las diferentes funciones que determina la propiedad deseada o todas las que están definidas en el programa.

En el caso que se quiera obtener formulas para la determinación del centro de gravedad del perfil L, con respecto al sistema de coordenadas original, esto es las coordenadas del centroide de la región que se muestra en la figura 3. Con respecto al sistema de referencia que se indica.

Son conocidas varias vías para efectuar el cálculo planteado, que para el caso señalado pueden ser relativamente simples, se puede descomponer la región en sub regiones para las cuales se conozcan las coordenadas del centroide y aplicar las formulas para centroide de áreas compuestas. Es conocido que ese procedimiento puede complicarse en extremo en dependencia de la región y más aún tratándose de buscar formulas en dependencia de las magnitudes de la pieza en cuestión.

Una vez generado el contorno con el algoritmo que se planteó anteriormente, obteniéndose (13), simplemente se llama a la función: POLY_CENTER_OF_GRAVITITY (L_PROFIL (b, h, t)), l cual devuelve un vector con las coordenadas del centroide en función de las dimensiones del perfil, estas son.

$$\left[\frac{b^2+t(h-t)}{2(b+h-t)},\frac{bt+h^2-t^2}{2(b+h-t)}\right]$$

Pero una fórmula para determinar el momento de inercia respecto a un eje que pase por el centroide y que sea paralelo al eje coordenado X, no es muy fácil de obtener.

Para este fin, el momento de inercia de área con respecto a cualquier eje alojado en su plano es igual al momento de inercia con respecto a un eje centroidal paralelo más el producto del área y el cuadrado de la distancia entre los dos ejes. Este resultado se obtiene con el simple llamado a la función,

POLY_XCENTROIDAL_INERTIAL_MOMENT (L_PROFIL (b, h, t)).

Con lo que se obtiene

$$I_{xc}=\frac{t(b^2t^2+2b(h-t)(2h^2-ht+t^2)+(h-t)(h^3-3h^2t+3ht^2-t^3))}{12(b+h-t)}$$

Ejemplo 2:

Para deducir formulas para calcular el área y el momento, respecto al eje de las ordenadas de la región que se muestra.

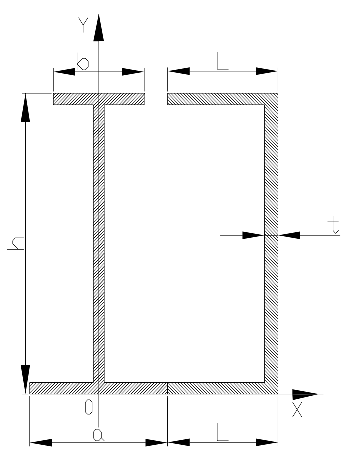

Figura 4. Región dada por la unión de dos perfiles: I y C, en función de los parámetros a, b, t, l, h.

En primer lugar hay que definir el contorno paramétrico de la región definida por los perfiles, es decir en función de los parámetros: a, b, l, t y h que son las dimensiones variables de las dimensiones de los perfiles.

A pesar que el usuario puede definir el contorno mediante las coordenadas de los vértices de las poligonales, respecto a un sistema de referencia que le sea factible, esta tarea se puede simplificar haciendo uso de los siguientes procedimientos que están definidos en el programa, para DERIVE.

POLY_PROPIEDADES.dfw.

Definición del contorno de la región de la figura 4.

La función,

I_PROFIL (a, b, h, t, t1, t2) (15)

Da como resultado un perfil I generalizado, como el que se muestra en la figura 5.

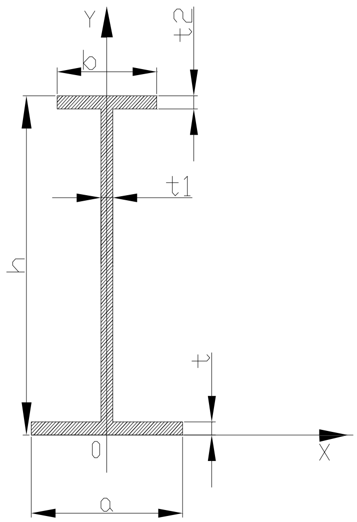

Figura 5. Perfil I generalizado 1

Para el caso del perfil de la figura 4, se deben definir los parámetros que definen a los espesores iguales, $t_1 = t_2 = t$ de acuerdo con estas condiciones la función descrita por (15) queda como.

I_PROFIL (a, b, h, t, t, t).

Para definir el contorno del perfil C, se procede de forma similar pero con la función, C_PROFIL (l1, t1, h, t2, l2, t3), que se debe redefinir como C_PROFIL (l, t, h, t, l, t), ya que el perfil de la figura 4 tiene igual sus espesores así como sus alas, las cuales son iguales a l.

Este perfil se debe rotar un ángulo igual a π radianes y efectuar una traslación al punto $(\frac{a}{2} + l, h)$ con el objetivo que las coordenadas de la poligonal que define al perfil C quede transformado adecuadamente de acuerdo a la posición relativa que tiene este perfil con respecto al sistema de coordenadas definido.

El llamado combinado de las funciones siguientes define el contorno del perfil C de acuerdo como se muestra en la figura 4 y con la orientación positiva.

TRASLADAR_PROFIL (ROTAR_PROFIL (C_PROFIL (l, t, h, t, l, t), pi), a/2 + l, h) la que da como resultado, la siguiente matriz...

$$\begin{bmatrix} \frac{a}{2}+l & h \\ \frac{a}{2} & h \\ \frac{a}{2} & h-t \\ \frac{a}{2}+l-t & h-t \\ \frac{a}{2}+l-t & t \\ \frac{a}{2} & t \\ \frac{a}{2} & 0 \\ \frac{a}{2}+l & 0 \\ \frac{a}{2}+l & h \end{bmatrix}$$

Lo que se puede comprobar observando la figura 4.

Esta definición no es única, se puede definir el contorno, de múltiples maneras, siempre que los puntos de las poligonales se escriban de acuerdo con la orientación positiva (de forma tal al mover un punto sobre el contorno, la región del plano que este limita quede siempre a la izquierda).

Para el cálculo de las características de la región que se presenta en el ejemplo 3, se puede proceder de las formas siguientes.

Para la obtención de una fórmula, por ejemplo para el cálculo del área de la sección.

Los algoritmos desarrollados permiten, para este tipo de región, sumar las áreas de cada sub región, es decir proceder de la forma siguiente:

POLY_AREA (I_PROFIL (a, b, h, t, t, t)) +

+POLY_AREA(TRASLADAR_PROFIL(ROTAR_PROFIL (C_PROFIL (l, t, h, t, l, t), PI), a/2 + l, h).

El resultado es

$$A = t(a + b + 2h + 2(l - 2t)).$$

De forma similar para obtener una expresión que permita determinar el momento, respecto al eje coordenado x, se utilizan las funciones:

POLY_XSTATIC_MOMENT (I_PROFIL(a, b, h, t, t, t))+POLY_XSTATIC_MOMENT

(TRASLADAR_PROFIL(ROTAR_PROFIL (C_PROFIL (l, t, h, t, l, t),), a/2 + l, h)), con lo que se obtiene la formula deseada.

$$M_x = \frac{t(at + b(2h - t) + 2h(h + l - 2t))}{2}$$

El contorno de la región del ejemplo, se puede definir así:

[[I_PROFIL (a, b, h, t, t, t)],
[TRASLADAR_PROFIL(ROTAR_PROFIL (C_PROFIL (l, t, h, t, l, t), PI), a/2 + l, h)]].

Es decir, como un vector cuyas componentes son las matrices que definen a cada perfil.

Como ambos perfiles están orientados en el sentido positivo y dada la propiedad de linealidad de las integrales dobles que se han expresado mediante integrales de línea, en los algoritmos de cálculo, el programa determinará la característica que se solicite sumando los resultados de cada componente. Lo anterior se logra mediante las funciones que tiene en su nombre de definición la palabra “COMPOUND”, por ejemplo si se desea el radio de giro de la sección plana de la figura 4, esto se consigue llamando a la función: POLY_COMPOUND_YGIRUS_RETIO (f), donde el argumento f, debe ser un vector de matrices como se explicó anteriormente. Para el ejemplo planteado, se escribe en DERIVE:

POLY_COMPOUND_XGIRUS_RETIO ([I_PROFIL(a, b, h, t, t, t),
TRASLADAR_PROFIL (ROTAR_PROFIL (C_PROFIL (l, t, h, t, l, t),), a/2 + l, h)])

devolviendo La formula correspondiente, La cual no se presenta por ocupar un espacio muy grande.

Regiones múltiplemente conexas.

En el caso de regiones Del plano múltiplemente conexas, el algoritmo desarrollado consiste en.

Definir el contorno de La región adecuadamente orientado.

Para ello se puede hacer uso de las funciones que definen a los perfiles, realizar operaciones de rotación y traslación o hacer uso de la funciones para la simetría. También se puede definir el contorno mediante las coordenadas de los vértices de las poligonales que conforman la sección.

Ejemplo 3.

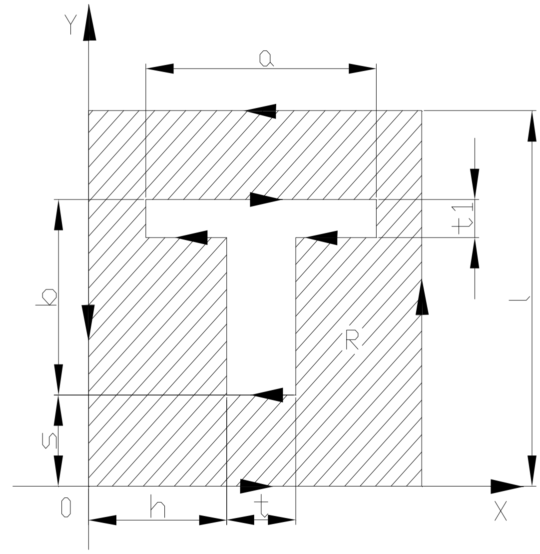

Figura 6. Región doblemente conexa, orientación positiva del contorno.

Supongamos una región como se muestra en la figura 6, consistente en cuadrado de lado l con un agujero con la geometría indicada. Para determinar una formula cerrada parta alguna característica geométrica de esta región se procede de la siguiente forma.

En primer lugar definir el contorno de la región, para ellos son posible varis métodos, por ejemplo utilizando las funciones que definen a un rectángulo con lados iguales y trasladar un perfil T definido con parámetros adecuados, para este perfil después de situarlo en la posición relativa que tiene con relación al cuadrado, se debe usar la función REVERSE (f), la cual redefine la orientación del perfil.

Otra forma de definir el contorno es con las matrices:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ l & 0 \\ l & l \\ 0 & l \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad y \quad \begin{bmatrix} h & s \\ h & s+b-t1 \\ h+\frac{t}{2}-\frac{a}{2} & s+b-t1 \\ h+\frac{t}{2}-\frac{a}{2} & s+b \\ h+\frac{t}{2}+\frac{a}{2} & s+b \\ h+\frac{t}{2}+\frac{a}{2} & s+b-t1 \\ h+t & s+b-t1 \\ h+t & s \\ h & s \end{bmatrix}$$

La primera define el contorno del cuadrado y La segunda al agujero en forma de T, nótese como el contorno queda orientado por la secuencia de las filas de estas matrices.

Para realizar algún calculo de alguna propiedad o para determinar alguna fórmula es preciso definir el vector:

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ l & 0 \\ l & l \\ 0 & l \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & , & \begin{bmatrix} h & s \\ h & s+b-t1 \\ h+\frac{t}{2}-\frac{a}{2} & s+b-t1 \\ h+\frac{t}{2}-\frac{a}{2} & s+b \\ h+\frac{t}{2}+\frac{a}{2} & s+b \\ h+\frac{t}{2}+\frac{a}{2} & s+b-t1 \\ h+t & s+b-t1 \\ h+t & s \\ s & s \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

Que será argumento de las funciones que determina la propiedad que se desea calcular, por ejemplo determinemos una fórmula para hallar, el área,

POLY_COMPOUND_AREA

$$(\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ l & 0 \\ l & l \\ 0 & l \\ 0 & 0 \end{bmatrix} & , & \begin{bmatrix} h & s \\ h & s+b-t1 \\ h+\frac{t}{2}-\frac{a}{2} & s+b-t1 \\ h+\frac{t}{2}-\frac{a}{2} & s+b \\ h+\frac{t}{2}+\frac{a}{2} & s+b \\ h+\frac{t}{2}+\frac{a}{2} & s+b-t1 \\ h+t & s+b-t1 \\ h+t & s \\ s & s \end{bmatrix} \end{bmatrix})$$

Resultando: $A = l^2 - at_1 - bt + t_1 t$

Con los algoritmos programados se desarrollaron un gran número de funciones, entra las cuales se tienen:

Para regiones simplemente conexas, en todos los casos f, es una matriz que define al contorno de la región, los nombres de la funciones se explican por sí solos.

POLY_AREA(f)

POLY _PERIMETER(f)

POLY_XSTATIC_MOMENT(f)

POLY_YSTATIC_MOMENT(f)

POLY_XINERTIAL_MOMENT(f)

POLY_YINERTIAL_MOMENT(f)

POLY_XYINERTIAL_MOMENT(f)

POLY_POLAR_INERTIAL_MOMENT(f)

POLY_XCENTER_OF_GRAVITITY(f)

POLY_YCENTER_OF_GRAVITITY(f)

POLY_CENTER_OF_GRAVITITY(f)

POLY_XCENTROIDAL_INERTIAL_MOMENT(f)

POLY_YCENTROIDAL_INERTIAL_MOMENT(f)

$POLY\_XYCENTROIDAL\_INERTIAL\_$
$MOMENT(f)$
$POLY\_POLAR\_CENTROIDAL\_INERTIAL\_$
$MOMENT(f)$
$POLY\_XGIRUS\_RETIO(f)$
$POLY\_YGIRUS\_RETIO(f)$
POLY_YCENTER_GIRUS_RETIO(f)
$POLY\_XCENTER\_GIRUS\_RETIO(f)$
$POLY\_POLAR\_CENTROIDAL\_INERTIAL\_$
$MOMENT(a)(f)$
$POLY\_POLAR\_CENTROIDAL\_INERTIAL\_$
$MOMENT(a)(f)$
$POLY\_ANGULO\_PRINCIPAL(f)$
$POLY\_PRINCIPAL\_INERTIA\_$
$MOMENT\_1(f)$
$POLY\_PRINCIPAL\_INERTIA\_$
$MOMENT\_2(f)$

Cuando la región es múltiplemente conexa, se desarrollaron funciones similares a las anteriores, como por ejemplo.

$POLY\_COMPOUND\_AREA(f)$
$POLY\_COMPOUND\_YGIRUS\_RETIO(f)$
$POLY\_COMPOUND\_$
$YMODULO\_SECCION(f)$

Es factible utilizar las funciones que contiene la palabra COMPOUND en su nombre para calcular propiedades de las regiones simplemente conexas, solo que para ello se debe pasar como argumento f, un vector, como ya se indicó.

También se cuenta con las funciones:

$POLY\_CARACTERISTICAS(f)$ y
$POLY\_COMPOUND\_CARACTERISTICAS(f)$

las cuales dan como resultado una matriz con todas las características programadas para la región del plano limitada por el contorno f.

Un ejemplo numérico:

Dada la sección mostrada en la figura 7.

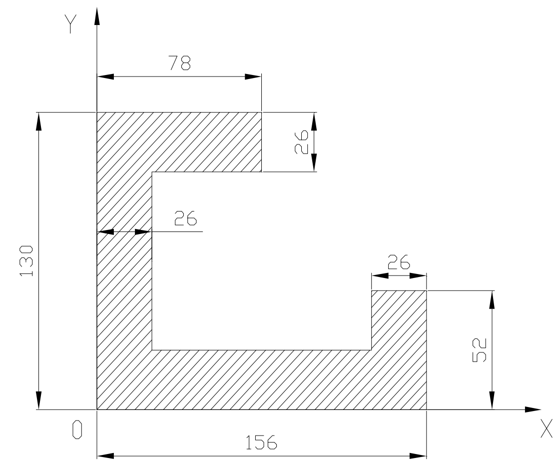

Figura 7. Sección con dimensiones

La orientación a la sección de la figura 7 será positiva, recorriendo el contorno de forma tal que la región que este limita quede a la izquierda.

El contorno queda definido por el vector:

$$f = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 156 & 0 \\ 156 & 52 \\ 130 & 52 \\ 130 & 26 \\ 26 & 26 \\ 26 & 104 \\ 78 & 104 \\ 78 & 130 \\ 0 & 130 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Haciendo un llamado a la función: POLY_COMPOUND_CARACTERISTICAS (f), se obtiene el siguiente listado de los valores numéricos de las características geométricas de la sección que están programadas para este fin.

Área of región = 8788

Perimeter = 728

Center of gravitity: (xc, yc) = [59, 51]

Static Moment,Mx = 4.48188·10^5

Static Moment,My = 5.18492·10^5

Inertia Moment,Ix = 3.945226133·10^7

Inertia Moment,Iy = 5.133363733·10^7

Inertia Moment, Ixy = 1.885026·10^7

Centroidal Inertia Moment,Ixc = 1.659467333·10^7

Centroidal Inertia Moment,Iyc = 2.074260933·10^7

Centroidal Inertia Moment,Ixcyc = -7.592832·10^6

Polar Inertia Moment = 9.078589866·10^7

Centroidal Polar Inertia Moment= 3.733728266·10^7

Girus Retio,rx = 67.00248751

Girus Retio,ry = 76.42861593

Centroidal Girus Retio,rxc = 43.45495752

Centroidal Girus Retio,ryc = 48.58326186

Principal Angle = 1.265497670

Principal Inertia Moment 1 = 6.515716133·10^7

Principal Inertia Moment 2 = 2.562873733·10^7.

Este programa ha sido probado con múltiples ejemplos numéricos de secciones mucho más complejas.

En la actualidad se tiene terminada una versión del programa más potente, con el mismo es posible manejar regiones de cualquier configuración del contorno.

2. Conclusiones.

Mediante los algoritmos y el programa presentado en este trabajo para ordenadores y utilizando el software DERIVE, es posible calcular o determinar formulas cerradas en función de las dimensiones de la región que define la pieza o sección, para el cálculo de las características geométricas de la región objeto de estudio.

El cálculo de las propiedades o la determinación de dichas formulas se simplifica notablemente con este programa, de otra forma se hace engorroso y con tendencia a cometer errores en dependencia de la región o la característica a determinar.

El programa desarrollado puede ser útil para ingenieros y profesionales que se dediquen al diseño de elementos de maquinas o estructurales o en la formación de profesionales en esta esfera en las asignaturas que abordan estos temas.

3. Referencias.

1. **JAMES, S.** *Calculo con Trascendentes Tempranas.* La Habana: Félix Varela, 2006.
2. **RIVERO GALÁN, A. R.** Características Geométricas de Secciones Planas. La Habana: ISPJAE, 1997.
3. **NIEMAN, G.** *Tratado Teórico Práctico de Elementos de Máquinas.* Barcelona: Editorial Labor, S. A., 1960.
4. **JAMES, M. G y STEPHEN, P. T.** *Mecánica de Materiales.* México: Grupo Editorial Iberoamericano, 1986.

Rolando Rivero-Galán

Departamento de Matemática. Facultad de Ingeniería Mecánica
Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría" – CUJAE
Calle 114 #11901 e/119 y 127. Marianao. La Habana. CP 19390. Cuba.
E-mail: rolandorg@mecanica.cujae.edu.cu