

Estudio dinámico de un pilote fundido *in situ* en un medio elástico

L. Baldoquín de la Peña y J. Álvarez Vasallo

Departamento de Matemática y Departamento de Mecánica Aplicada, Facultad de Ingeniería Mecánica, Instituto Superior Politécnico *José Antonio Echeverría*, La Habana, 19390, Cuba.
E-mail mecanica@cujae.ispjae.edu.cu

(Recibido el 8 de mayo de 1997; aceptado el 23 de junio de 1997)

Resumen

En este trabajo se hace un análisis de la respuesta teórica de los pilotes fundidos *in situ* cuando las fuerzas de excitación no sobrepasan el límite elástico del terreno donde se encuentran localizados. Se muestra la respuesta dinámica del pilote, modelando diferentes fenómenos muy comunes en estos elementos, tales como: los efectos elásticos en la punta y el fuste del pilote, el efecto de la longitud, uniformidad de la sección transversal, propiedades de los materiales del pilote y otros.

Los resultados obtenidos son importantes para conocer las características técnicas de estos elementos después de fundidos, utilizando métodos no destructivos. Estas características pueden ser utilizadas para verificar los cálculos realizados y en caso de sobrediseño hacer ajustes en beneficio de la economía de la obra. El trabajo fue realizado utilizando diferentes tipos de modelos de cuerpos discretizados y calculado por el Método de los Elementos Finitos.

1. Introducción

Los pilotes son postes que se introducen profundamente en el terreno *para transmitir las cargas de la cimentación a los estratos más resistentes*. Cuando estos elementos tienen dimensiones grandes en su sección transversal (mayores que 60 cm) se denominan generalmente pilas [1].

Los pilotes se emplean cuando el terreno superficial tiene baja capacidad de carga, cuando se tienen requisitos muy estrictos en cuanto al asentamiento admisible y cuando se quieren evitar cimentaciones muy voluminosas apoyadas en estratos de suelos poco favorables para la construcción, como en obras marítimas o en suelos saturados [1].

Un pilote desarrolla resistencia por apoyo directo en su punta y por fricción en la superficie de contacto con el suelo. Los pilotes que se apoyan en un estrato de suelo muy firme, y que por tanto, desarrollan la mayor parte de su resistencia por dicho apoyo directo, se denominan *pilotes de punta*. Los pilotes que quedan totalmente embebidos en estratos de baja capacidad de carga y por tanto desarrollan su resistencia casi exclusiva por adherencia y por rozamiento entre su superficie y el suelo adyacente, se llaman *pilotes de fricción* [1].

En muchos casos ambos componentes de la resistencia son significativos y deben tomarse en cuenta, de manera que la

profundidad a que se apoyará un pilote será tal que su resistencia total, debido al efecto combinado de los dos componentes de la resistencia, sea la necesaria para las cargas que deba soportar.

Además de la capacidad de carga, existen otros aspectos que pueden influir en la selección del tipo de pilote, como son la posibilidad de asentamientos generales de los estratos de subsuelo y las variaciones del nivel freático.[1].

En el desarrollo de este trabajo se hace un análisis de la respuesta teórica de los pilotes fundidos *in situ* cuando las fuerzas de excitación no sobrepasan el límite elástico del terreno donde se encuentran localizados y para ello se tuvieron en cuenta elementos importantes como son la rigidez y el amortiguamiento, tanto para el pilote como para el terreno.

Para estudiar el comportamiento del sistema pilote-terreno se construyó un modelo matemático compuesto por masas, muelles y amortiguadores (Fig. 1) ; la longitud del pilote es de 20 m y el radio del mismo es de 0.88 m.

2. Consideraciones previas

- Se modeló cada pilote con un total de 20 masas concentradas m_1, m_2, \dots, m_n . La masa total del pilote es de 29 200 kg y cada una de las masas concentradas es de 1 460 kg. En el estudio del pilote se calcularon la rigidez del pilote y el amortiguamiento del pilote.
- La rigidez total se distribuye proporcionalmente para cada masa debido a que el área transversal es constante para toda la longitud del pilote.

$$\frac{1}{k_{C\text{TOTAL}}} = \frac{1}{k_{C1}} + \frac{1}{k_{C2}} + \dots + \frac{1}{k_{Cn}}$$

Para

$$k_C = k_{C1} = k_{C2} = \dots = k_{Cn}$$

se tiene

$$\frac{1}{k_{C\text{TOTAL}}} = \frac{20}{k_C}$$

y se tendrá que

$$K_C = 20 \cdot k_{C\text{TOTAL}}$$

- El amortiguamiento total se distribuye proporcionalmente para cada masa debido a que cada una de ellas tiene las mismas propiedades geométricas y el mismo material.

$$\frac{1}{C_{C\text{TOTAL}}} = \frac{1}{C_{C1}} + \frac{1}{C_{C2}} + \dots + \frac{1}{C_{Cn}}$$

Para

$$C_C = C_{C1} = C_{C2} = \dots = C_{Cn}$$

$$\frac{1}{C_{C\text{TOTAL}}} = \frac{20}{C_C}$$

y se tendrá que

$$C_C = 20 \cdot C_{C\text{TOTAL}}$$

La simbología utilizada en la Fig. 1 es la siguiente:

- k_p - Constante elástica de la punta.
- k_c -Constante elástica del hormigón.
- k_r -Constante elástica del terreno.
- c_p -Coeficiente de amortiguamiento en punta.
- c_c -Coeficiente de amortiguamiento en hormigón.
- c_r -Coeficiente de amortiguamiento del terreno.
- m_1, m_2, \dots, m_n -masas del pilote.

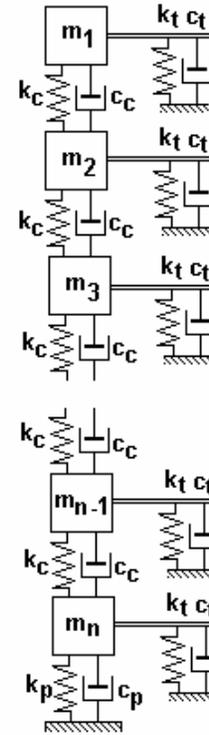


Fig. 1 Modelo matemático del pilote

3. Cálculo de la rigidez del pilote

El pilote es fundido en concreto, y se utilizan las propiedades de este material para calcular la rigidez a la compresión [2]. Considerando que $A = 0,608 \text{ m}^2$, $E = 2,1 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$, $l = 20 \text{ m}$.

Utilizando la fórmula:

$$k_{C\text{TOTAL}} = \frac{E A}{l}$$

$$k_{C\text{TOTAL}} = 6,38 \cdot 10^8 \text{ N / m}$$

$$k_C = 1,27 \cdot 10^{10} \text{ N / m}$$

3. Cálculo del amortiguamiento del pilote

La relación de amortiguamiento para el concreto $\xi = 0.02$ [2]. A partir de este valor podemos obtener el coeficiente de amortiguamiento del hormigón C_C conociendo el amortiguamiento crítico, teniendo como dato que $m = 29\,200 \text{ kg}$, y que $k = 6,38 \cdot 10^8 \text{ N / m}$.

$$\xi = \frac{C}{C_{crit}} \quad (1)$$

$$C_{crit} = \sqrt{4mk} \quad (2)$$

donde

$$C_{crit} = 8,63 \cdot 10^6 \text{ kg / s}$$

$$C_{TOTAL} = 1,726 \cdot 10^5 \text{ kg / s}$$

obtenemos que

$$C_C = 3,45 \cdot 10^6 \text{ kg / s}$$

4. Análisis del terreno

Se analizó el terreno lateral y el terreno bajo la punta teniéndose la siguiente consideración :

Para determinar la rigidez lateral del terreno, se utilizó un modelo físico matemático de un pilote discretizado, utilizando el *Método de los Elementos Finitos* [4], considerando que el pilote se encuentra empotrado en el terreno y la frontera lateral de este terreno está situada a más de 5 veces (3.23 m), el radio del pilote y la frontera inferior está situada 5 m por debajo de la punta del pilote [3] . Para obtener la rigidez lateral del pilote se realizó una disminución del módulo de YOUNG en el terreno debajo del pilote 10 000 veces menor comparado con la rigidez lateral del pilote de forma tal que los resultados obtenidos no sean afectados por la rigidez de la punta y solo sea influido por la rigidez lateral. De forma similar se hizo para determinar la rigidez lateral de la punta

Los resultados obtenidos para el cálculo de rigidez del terreno se muestran en la Tabla 1. Los resultados para el cálculo del amortiguamiento del terreno aparecen en la Tabla 2.

Tabla 1. Cálculos y resultados de la rigidez del terreno

Terreno	Fórmulas para calcular la rigidez.	Resultado obtenido
Lateral	$k_{t\ TOTAL} = F / \delta; \delta = 3,20 \text{ m}$ $k_{p\ TOTAL} = 1,2 \cdot 10^7 \text{ N / m}$	<p>La rigidez lateral total del terreno se distribuye inversamente proporcional entre todos las masas debido a que los resortes se encuentran colocados en serie.</p> $k_t = 1,25 \cdot 10^5 \text{ N / m}$
Debajo de la punta	$k_{t\ TOTAL} = F / \delta; \delta = 1,67 \cdot 10^{-3} \text{ m}$	$k_{p\ TOTAL} = 1,2 \cdot 10^7 \text{ N / m}$

Tabla 2. Cálculos y resultados del amortiguamiento del terreno

Terreno	Fórmulas para calcular el amortiguamiento	Resultado obtenido
Lateral	$\xi = \frac{C}{C_{crit}}; C_{crit} = \sqrt{4mk}$	$m = 29\ 200 \text{ kg} \quad K_{t\ TOTAL} = 6\ 230 \text{ N / m}$ $C_{crit} = 8,53 \text{ kg / s} \quad C_{t\ TOTAL} = 170,6 \text{ kg / s}$
Debajo de la punta	$\xi = \frac{C}{C_{crit}}; C_{crit} = \sqrt{4mk}$	$m = 5\ 170 \text{ kg} \quad k_{p\ TOTAL} = 1,2 \cdot 10^7 \text{ N / m}$ $C_{p\ crit} = 1,18 \cdot 10^6 \text{ kg / s}$ $C_{p\ TOTAL} = 2,34 \cdot 10^4 \text{ kg / s}$

5. Ejemplo

Con los datos obtenidos se realizó una corrida utilizando el programa MSCPAL2 para determinar las frecuencias naturales y calcular el espectro de frecuencias, excitando el sistema en el nodo 1 en la dirección vertical y tomando la respuesta en el mismo nodo 1. Los resultados obtenidos para las primeras frecuencias naturales se dan en la Tabla 3.

Tabla 3. Frecuencias naturales de un pilote

Orden de obtención de las frecuencias naturales	Resultado, Hz
1 ^{ra} Frecuencia	3.55
2 ^{da} Frecuencia	7.41
3 ^{ra} Frecuencia	14.7
4 ^{ta} Frecuencia	22.0
5 ^{ta} Frecuencia	29.0

Para una mejor interpretación de los datos se muestra el espectro en la Fig. 2. Como puede verse, existe un solo pico, pues los demás no son significativos.

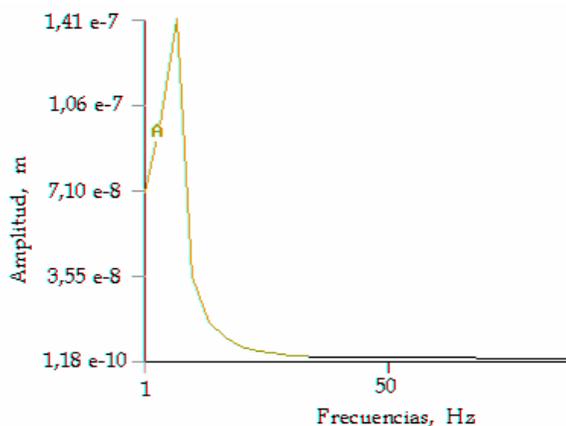


Fig. 2 Análisis de frecuencias de un pilote

6. Conclusiones

Estos resultados, obtenidos de forma teórica utilizando el Método de los Elementos Finitos sobre un modelo matemático discreto, nos permiten conocer la respuesta dinámica del pilote, simulando diferentes fenómenos muy comunes en estos elementos.

Con este conocimiento, el ingeniero tiene un medio de aseguramiento de la conducta de los pilotes, y en caso de un sobrediseño hacer ajustes en favor de la economía de la obra.

Para verificar en la práctica real los resultados de este trabajo se requiere llevarlo al plano experimental, en lo cual ya se dan pasos, para hacer un diagnóstico vibracional de pilotes reales para poder diagnosticar su estado, partiendo de conocer los parámetros óptimos, y definiendo cuáles desviaciones pueden ocasionar daños irreparables en la obra.

Este trabajo de diagnóstico tiene como ventaja fundamental, que es económico, puesto que se hace sobre la obra sin detener ningún proceso constructivo, ni introducir deterioros a los pilotes.

Bibliografía

1. Z. DAVIDIAN. Pilotes y cimentación sobre pilotes. Editores Técnicos Asociados. Barcelona, 1977.
2. R. F. STEIDEL. *Introducción al estudio de las vibraciones*. Editorial C.E.C.S.A, 1981.
3. S. C ARYA, R. P. DREWYER. Foundation Design for Vibrating Machines. *Hydrocarbon Processing*, November 1975.
4. E. FRAGA GUERRA. *Análisis dinámico no lineal para pilotes de cimentación fundidos "in situ"*. Tesis de Maestría. ISPJAE. La Habana, Mayo 1997.

Dynamic analysis of a foundation pile poured on site in an elastic medium

Abstract

This paper makes an analysis of the theoretical response of foundation piles poured on site when the excitation forces do not exceed the elastic limit of the soil where they are located. Dynamic response of piles is shown, modeling different phenomena very common in these elements, such as: elastic effects at the point and lateral surfaces, influence of pile length, uniformity of traverse section, properties of pile material among others.

Obtained results are important to understand the technical characteristics of poured piles by non-destructive methods. This characteristics may be useful to test theoretical calculations and, in case of overdesign, make the necessary adjustments in the best interests of economy. Dynamic analysis was conducted in discrete mathematical models, calculations were made by the Finite Element Method.