Coeficiente de oscilación de la línea sumaria de contacto en los engranajes cilíndricos helicoidales

Elvis Mirabet-Lemos, Luís Martínez-Delgado

Recibido el 5 de julio de 2010; aceptado el 10 de septiembre de 2008

Resumen

El trabajo muestra una forma gráfica, sencilla y precisa, para obtener el Coeficiente de Oscilación de la Línea Sumaria de Contacto en los Engranajes Cilíndricos Helicoidales, necesario para el cálculo a resistencia de estos engranajes.

Palabras claves: engranajes, línea de contacto, geometría.

Oscillation coefficient of the summary contact line in helicoid spur gears.

Abstract

The work shows a graphic, simple and precise form, to obtain the coefficient of oscillation of the summary contact line in the helical cylindrical engagements, necessary for the resistance calculation of these engagements.

Key words: gears, contact line, geometry

1. Introducción.

En los engranajes con dientes helicoidales el proceso de engranaje, en planos perpendiculares a los ejes de las ruedas se produce de la misma forma que en los engranajes cilíndricos rectos. Sin embargo producto de la inclinación de los dientes, en cada plano el inicio y final del contacto de cada pareja de dientes se produce de forma desfasada. Esta forma gradual de producirse el engranaje entre los dientes es la causa que origina que estas transmisiones sean más silenciosas que las de dientes rectos.

Por la buena adaptación de una rueda con otra, durante el funcionamiento de los engranajes helicoidales, es común suponer que la carga se distribuye uniformemente en toda la longitud sumaria de contacto.

2. Coeficiente λ_{min}

La longitud de la *línea sumaria de contacto* durante el proceso de casamiento de las parejas de dientes en los engranajes cilíndricos helicoidales por lo general varía en función de la posición de contacto de cada pareja de diente. Dicha variación se produce entre los valores $L_{\Sigma max}$ y $L_{\Sigma min}$, cuyo valor promedio se expresa como:

$$L_{\Sigma} = \frac{\varepsilon_{\alpha} \cdot b_{w}}{\cos \beta_{b}} \quad (1)$$

Donde:

ε_{α} – Razón de contacto transversal.

b_{w} – Ancho de la rueda.

β_{b} – Ángulo de la hélice en el cilindro base.

$$\tan \beta_{b} = \cos \alpha \cdot \tan \beta$$

β – Ángulo de la hélice en la cilindro de referencia.

α – Ángulo de presión de la herramienta en el plano normal.

En los engranajes cilíndricos helicoidales la razón de contacto total viene dada por:

$$\varepsilon_{\gamma} = \varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\beta} \quad (2)$$

Donde ε_{β} la razón de contacto axial.

Cada una de las componentes de ε_{γ} se expresa de la siguiente forma

$$\varepsilon_{\alpha} = \frac{z1 \cdot (\tan\alpha_{a1} - \tan\alpha_{wt}) + z2 \cdot (\tan\alpha_{a2} - \tan\alpha_{wt})}{2\pi} \quad (3)$$

$z_{1,2}$ - Número de diente de las ruedas.

$$\alpha_{a1,2} = \cos^{-1}\left[\frac{d_{b1,2}}{d_{a1,2}}\right] \quad (4)$$

α_{tw} – Ángulo de engranaje en el plano transversal.

$d_{b1,2}$ y $d_{a1,2}$ - Diámetros base y exteriores.

$$\varepsilon_{\beta} = \frac{b_{w} \cdot \sin \beta}{m \cdot \pi} \quad (5)$$

Cuando en el proceso de casamiento de los dientes se alcanza $L_{\Sigma min}$, la carga específica (carga por unidad de longitud) sobre los dientes alcanza su valor máximo. Luego es conveniente que $L_{\Sigma min}$ sea lo mayor posible para hacer que dicha carga sea lo menor posible. Para lograr esto se establece el concepto de Coeficiente de Oscilación de la Longitud de Contacto Sumaria Mínima λ_{min}, el cual viene dado por la siguiente relación:

$$\lambda_{min} = \frac{L_{\Sigma min}}{L_{\Sigma}} \quad (6)$$

Se demuestra que para valores enteros de ε_{α} y/o ε_{β},

$\lambda_{min} = 1$, que es el valor máximo que puede tomar este coeficiente. En tal situación, de la expresión se obtiene que $L_{\Sigma} = L_{\Sigma min}$, o sea que L_{Σ} toma un valor constante [2] en todo momento del casamiento de los dientes

Cuando no se cumple que $\lambda_{min} = 1$, a partir de la expresión (6) se obtiene que:

$$L_{\Sigma min} = L_{\Sigma} \cdot \lambda_{min} \quad (7)$$

Hay autores [1] [3], que establecen que para los engranajes cilíndricos helicoidales $\lambda_{min} = (0{,}9 \div 1)$, y en ocasiones se realizan aproximaciones prácticas [2].

Para facilitar la determinación del coeficiente λ_{min}, se ofrecen en este trabajo un conjunto de gráficos, en función de ε_α y ε_β. Ellos permiten obtener con rapidez y precisión los valores de λ_{min}.

En todos los gráficos, que son aplicables solo a engranajes con $\beta > 0$ y $\varepsilon_\alpha > 0$, puede apreciarse como el valor máximo de $\lambda_{min} = 1$.

En la figura 1, para $0 < \varepsilon_\beta \leq 1$, se aprecia que para combinaciones ε_α, ε_β en que $\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta \leq 2$, λ_{min} toma un valor constante para cada ε_α. Además puede observarse, en la misma figura como para $\varepsilon_\alpha = 1{,}9$ y $0 < \varepsilon_\beta \leq 0{,}1$ se alcanzan valores de $\lambda_{min} = 0{,}52$ cuando ε_α toma valores cercanos a 2.

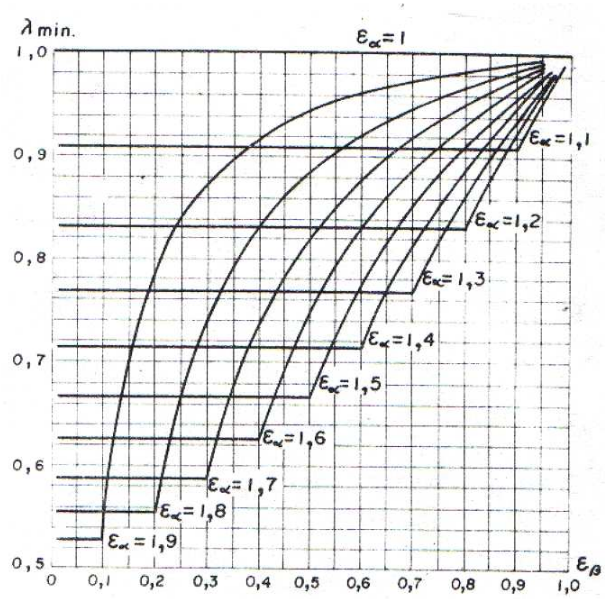

Figura 1. λ_{min} para $0 < \varepsilon_\beta \leq 1$ y $1 \leq \varepsilon_\alpha \leq 1.9$

En las figuras 2, 3 y 4, para $\varepsilon_\beta \geq 1$ se observa que los intervalos de valores de λ_{min} en cada caso son:

$\lambda_{min} = 0{,}88 \div 1$ Figura 2

$\lambda_{min} = 0{,}935 \div 1$ Figura 3

$\lambda_{min} = 0{,}953 \div 1$ Figura 4

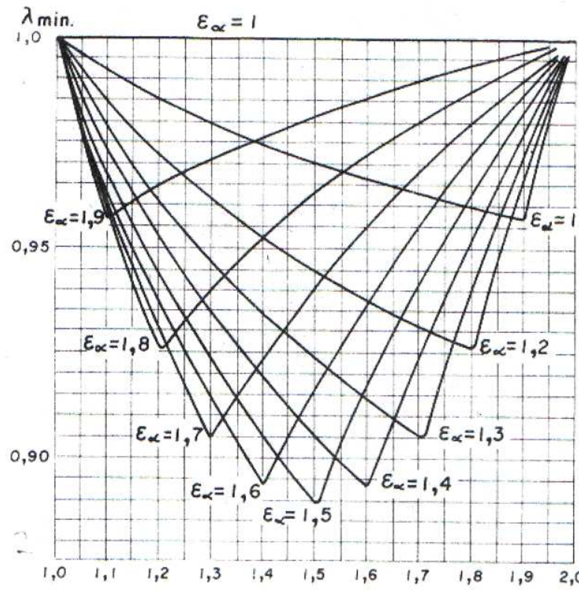

Figura 2. λ_{min} para $1 \leq \varepsilon_\beta \leq 2$ y $1 \leq \varepsilon_\alpha \leq 1.9$

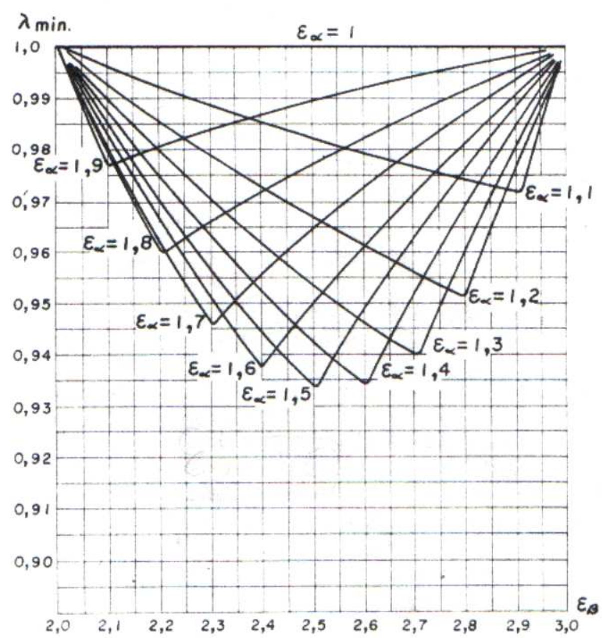

Figura 3. λ_{min} para $2 \leq \varepsilon_\beta \leq 3$ y $1 \leq \varepsilon_\alpha \leq 1.9$

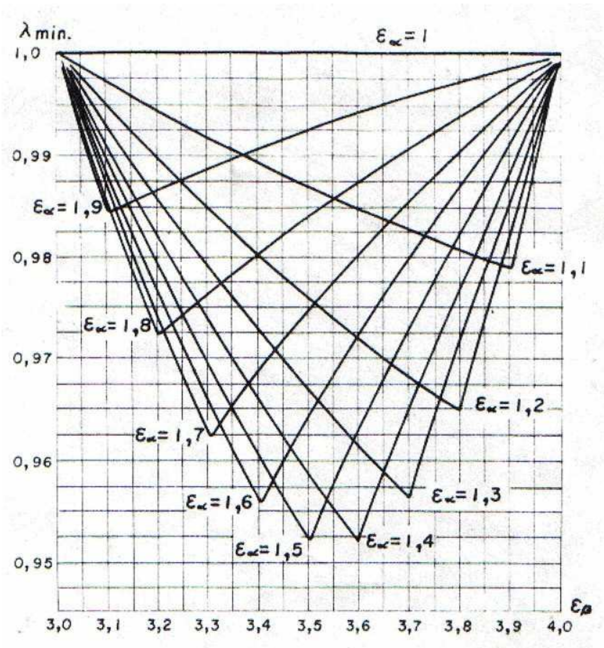

Figura 4. $\lambda_{\min}$ para $3 \leq \varepsilon_\beta \leq 4$ y $1 \leq \varepsilon_\alpha \leq 1.9$

Luego en esta zona de relaciones en ε_α, ε_β los valores de $\lambda_{\min}$ concuerdan bastante bien con las recomendaciones de algunos autores [1] [3] [4], sin embargo está muy alejado para las condiciones de la figura 1.

Además se puede apreciar, en las figuras 2, 3 y 4 que todo $\lambda_{\min}$ es posible obtenerlo con dos combinaciones de valores ε_α, ε_β cuya suma da el mismo valor.

Los cuatro primeros gráficos son los de mayor utilidad, ya que garantizan tanto un $\varepsilon_\alpha > 1$, como un $\varepsilon_\beta > 1$.

Los gráficos de las figuras 5, 6 ,7 y 8 se han confeccionado para valores de $0 < \varepsilon_\alpha \leq 0{,}1$, observándose la posibilidad de obtener $\lambda_{\min} = 0$, para la condición $\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta = 1$, ver figura 5.

También estos otros cuatro gráficos dan la posibilidad de alcanzar $\lambda_{\min} = 1$ cuando ε_α o ε_β alcanzan el valor máximo. No obstante a pesar de esto, la transmisión puede no tener un contacto continuo entre los dientes, ya que L_Σ podría ser muy pequeña si también lo fuera ε_α y por tanto también sería muy pequeño $L_{\Sigma\min}$, ver formulas (1) y (7). En estos cuatro casos, para un correcto funcionamiento de una transmisión se requiere tomar $\varepsilon_\alpha = 1$, y en el caso del gráfico 5 tomar también $\varepsilon_\beta = 1$. Se debe señalar que no es muy recomendable el empleo del gráfico 5, solo debe usarse en caso extremo.

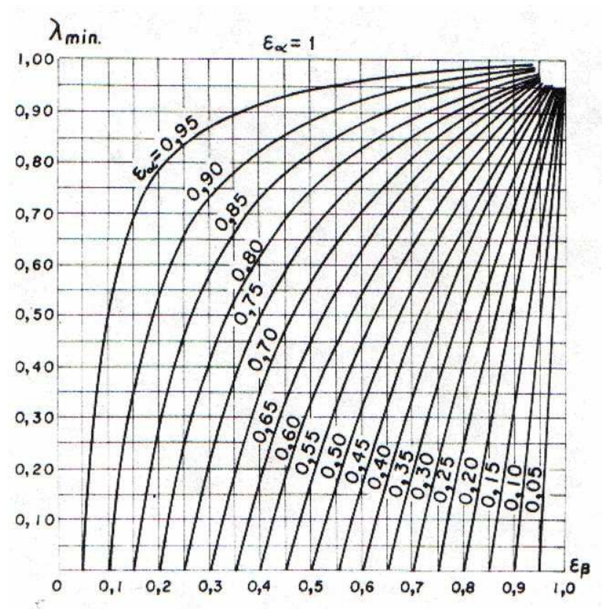

Figura 5. $\lambda_{\min}$ para $0 \leq \varepsilon_\beta \leq 1$ y $0.05 \leq \varepsilon_\alpha \leq 1$

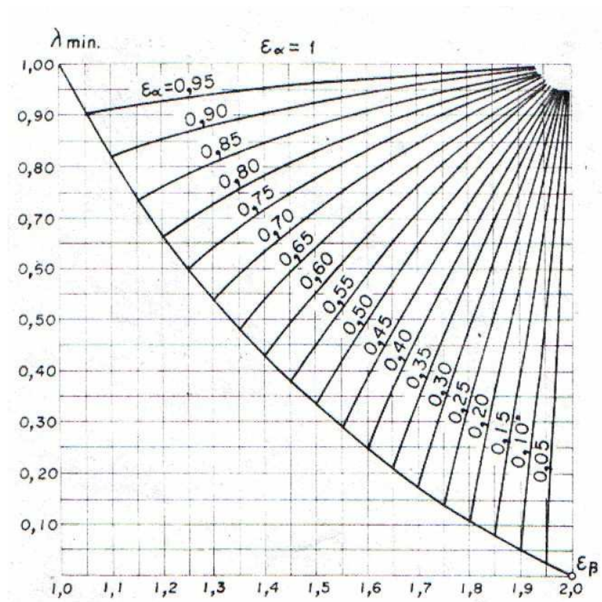

Figura 6. $\lambda_{\min}$ para $1 \leq \varepsilon_\beta \leq 2$ y $0.05 \leq \varepsilon_\alpha \leq 1$

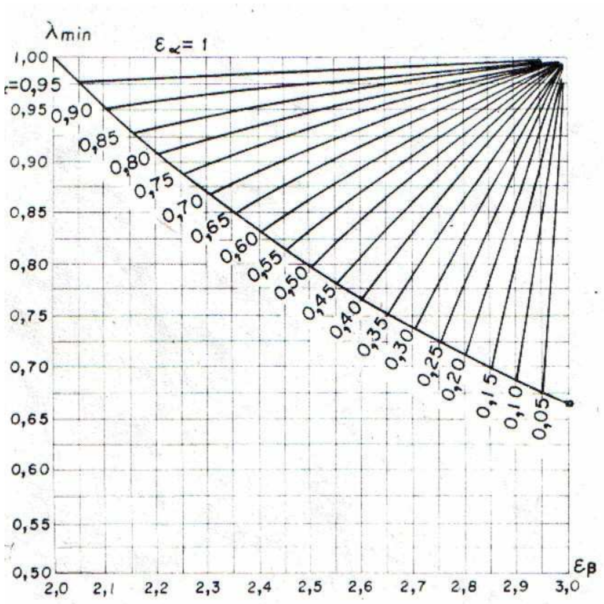

Figura 7. λ_{min} para $2 \le \varepsilon_\beta \le 3$ y $0.05 \le \varepsilon_\alpha \le 1$

Analizando las expresiones empleadas en la norma ISO 6336-1996 se aprecia que la misma no define un parámetro λ_{min}. Sin embargo este se encuentra implícito de forma empírica en función de las razones de contacto axial y transversal, como se muestra a continuación:

$$\lambda_{min} = \frac{1}{\frac{4-\varepsilon_\alpha}{3}(1-\varepsilon_\beta)\cdot\varepsilon_\alpha + \varepsilon_\beta}$$

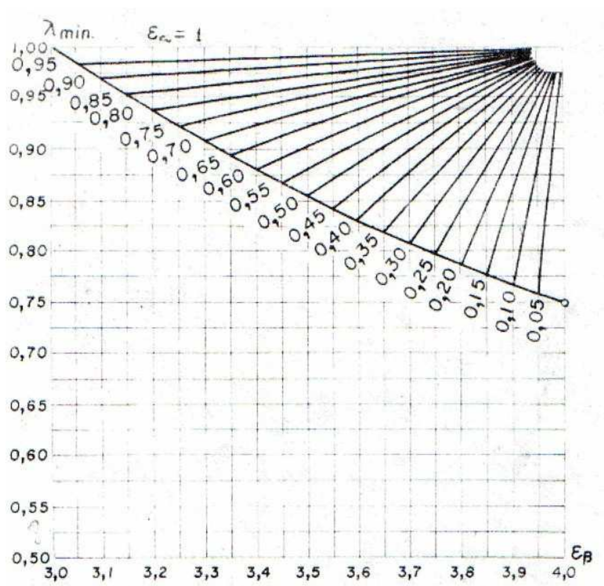

Figura 8. λ_{min} para $3 \le \varepsilon_\beta \le 4$ y $0.05 \le \varepsilon_\alpha \le 1$

El empleo de esta fórmula en la norma exige que si $\varepsilon_\beta > 1$ se adopte $\varepsilon_\beta = 1$, lo cual conduce a $\lambda_{min} = 1$ y si se considera una transmisión con $\varepsilon_\alpha = 1{,}2$ y $\varepsilon_\beta = 0{,}8$ se obtendría que $\lambda_{min} = 0{,}97$, lo cual es algo superior a lo que se obtendría empleando el gráfico de la figura 1. En este caso debió obtenerse un valor inferior o igual al de la mencionada figura.

3. Conclusiones.

1. La longitud sumaria mínima de contacto $L_{\Sigma min}$, en las transmisiones por engranajes cilíndricos helicoidales depende directamente del coeficiente λ_{min}. Se puede observar que el campo de variación de este coeficiente es muy amplio, ya que oscila entre 0 y 1.
2. Todos los gráficos conducen a que $\lambda_{min} = 1$, siempre que ε_α y/o ε_β toman valores enteros.
3. Cuando $\lambda_{min} = 1$ existe una mejor distribución de la carga a lo largo de los dientes, disminuyendo el valor de la carga por unidad de longitud.
4. Cuando $\lambda_{min} = 1$, no se producen oscilaciones en la longitud de contacto sumaria entre los dientes, lo cual favorece la resistencia de la transmisión.
5. En la literatura consultada los valores de λ_{min} recomendados son algo superiores a los obtenidos en la figura 2, tratando de tener en cuenta los factores de precisión de la transmisión, no considerados en este análisis.

4. Referencias.

1. **DOBROVOLSKI, V.** *Elementos de Máquinas.* Moscú: Editoral MIR, 1980.
2. **NIEMANN, G.** *Tratado Teórico Práctico de Elementos de Máquinas.* Barcelona: Editoral LABOR, 1967.
3. **RESHETOV, D.** *Elementos de Maquínas.* Moscú: Editorial Machinostroienie, 1981.
4. **GABRILENCO, B. A.** *Transmisiones Dentadas.* Moscú: Editorial Mashinostoienie, 1962

Elvis Mirabet-Lemos[1]**, Luís Martínez-Delgado**[2]
1. Empresa Argelio Reyes (PRODAL). Cuba
2. Departamento de Mecánica Aplicada. Facultad de Ingeniería Mecánica
E-mail: lmartinez@mecanica.cujae.edu.cu
Instituto Superior Politécnico "José Antonio Echeverría" – CUJAE
Calle 114 #11901 e/119 y 127. Marianao. La Habana. CP 19390. Cuba.