

# Procedimiento para estimar el mínimo espesor efectivo de capa cementada en engranajes cilíndricos de acero

## A procedure for estimating of minimum effective case depth of carburized teeth of cylindrical gears

Gonzalo González-Rey<sup>I</sup>, Gerardo Brianza-Gordillo<sup>I</sup>, Christian Irving Enrique Rodríguez-González<sup>I</sup>, Christopher Edgar Falcón-Anaya<sup>II</sup>

I. Universidad Tecnológica de Aguascalientes. Aguascalientes, México

II. Instituto Tecnológico de Estudios Superiores de Monterrey, Posgrado CIATEQ, Campus Aguascalientes, México

Correo electrónico: [gonzalo.gonzalez@utags.edu.mx](mailto:gonzalo.gonzalez@utags.edu.mx)

Este documento posee una [licencia Creative Commons Reconocimiento-No Comercial 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Recibido: 11 de mayo de 2017

Aceptado: 12 de septiembre de 2017

### Resumen

Se presenta un procedimiento para estimar valores recomendados de espesor de la capa cementada en engranajes cilíndricos de acero en función del radio de curvatura de los flancos de dientes en contacto según recomendaciones publicadas en la norma ISO 6336-5 y derivadas de los trabajos de Kron y Börnecke. El procedimiento fue desarrollado mediante un modelo matemático orientado a dar solución al problema de la estimación del espesor efectivo mínimo de la capa cementada en engranajes cilíndricos. Resultados del trabajo muestran valores recomendados del espesor de capa endurecida sensibles al

ancho de los dientes y al radio de curvatura equivalente de los flancos de dientes en contacto, pero en cambio se observó una diferencia del 6 y 46 % entre valores de espesores efectivos de capa cementada recomendados por Kron y Börnecke, haciendo evidente la necesidad de continuar estos estudios para lograr valores racionales más precisos.

**Palabras claves:** engranaje cilíndrico, cementado, geometría, espesor de capa endurecida.

### Abstract

A procedure for estimating recommended values of effective case depth of carburized teeth of cylindrical steel gears is presented. Procedure take into account the radius of relative curvature of teeth flanks and recommendations of Kron y Börnecke published on ISO 6336-5 standard The procedure was developed by means of a mathematical model oriented to find solution to the problem of calculation of minimum effective case depth on cylindrical gears. Research results show recommended values of effective case depth sensitive to the teeth width and radius of relative curvature

of teeth flanks, but instead a difference of 6 % and 46 % was observed between values of Kron and Börnecke's recommendations of rational case depth; this fact has evident the need to continue these studies to achieve more precise rational values.

**Key words:** cylindrical gear, carburized, geometry, effective case depth.

### Introducción

Actualmente, la cementación es el procedimiento más generalizado en los engranajes cuando se necesita aumentar la dureza superficial de los dientes dejando prácticamente intacta la tenacidad del núcleo [1]. Son varios los trabajos de especialistas en engranajes orientados a establecer normas y recomendaciones para mejorar la calidad del cementado en los flancos de los dientes de ruedas engranadas con exigencias de elevada resistencia al desgaste y gran capacidad de carga [2-4].

La capa cementada en los dientes de engranajes es controlada mediante la especificación de la dureza superficial, la dureza del núcleo y la profundidad efectiva de capa cementada, siendo esta última definida como la distancia medida perpendicularmente desde la superficie del diente hasta el punto donde la dureza es superior o igual a un valor que puede oscilar entre 50 HRC o 52,5 HRC [5] después de las operaciones de acabado.

Se sabe que un gran espesor efectivo de capa cementada puede incrementar el riesgo de fragilidad [4] y que en cambio un escaso espesor efectivo de capa cementada puede conducir a dientes con una profundidad de capa inadecuada incapaz de garantizar la resistencia mecánica para evitar daño severo en los flancos de los dientes [1].

En el pasado reciente, los ingenieros de engranajes se especializaban casi exclusivamente en los parámetros geométricos y de generación de los flancos con influencia en la resistencia del dentado y dejaban

en manos de experimentados metalúrgicos la selección del espesor de la capa cementada, quienes generalmente especificaban una profundidad de capa efectiva proporcional al espesor del diente. La anterior práctica y el objetivo de generalizar esta experiencia ha hecho que muchas de las más reconocidas recomendaciones del espesor de capa efectiva de cementado en los dientes de engranajes cilíndricos [6,7, 8] estén basadas en el módulo del engranaje.

Una revisión de la norma ISO 6336-5:2016 revela un particular tratamiento del espesor óptimo de capa cementada considerando exigencias de resistencia a la picadura de los dientes de las ruedas engranadas y en esta caso refiere por primera vez el valor recomendado del espesor efectivo en un rango con un valor mínimo y otro máximo de espesor de capa cementada. Por su parte, en la norma AGMA 2004 [9] son reportadas recomendaciones del espesor de la capa efectiva de cementado en dientes de engranajes cilíndricos en función del módulo de las ruedas dentadas, siguiendo las antiguas recomendaciones de espesor de capa efectiva con dependencia directa del módulo de los dientes de las ruedas. Más recientemente, la norma ANSI/AGMA 2101-D04 incluye, para engranajes cilíndricos de contacto exterior, un gráfico con valores recomendados para el espesor de capa efectiva de cementado en función del módulo de las ruedas dentadas y considerando el nivel de carga en los dientes.

Un análisis de los valores de espesores efectivos recomendados por varios especialistas [6-8] y normas [9,10] permite observar que el espesor recomendado de capa efectiva cementada puede diferir en valores promedios entre 15 y 30 %. Por otro lado, se conoce que engranajes fabricados con iguales módulos y cantidad de dientes pero con correcciones en los flancos de los dientes y diferentes ángulos de generación en la herramienta pueden tener una significativa diferencia del espesor de los dientes. Esto hace que las recomendaciones del espesor de capa efectiva con exclusiva dependencia del módulo de las ruedas engranadas puedan ser inadecuadas cuando se producen modificaciones importantes en los flancos de los dientes de los engranajes. Investigaciones orientadas a establecer un mínimo espesor de la capa efectiva en ruedas cementadas [1, 11] y controlar el espesor del cementado de los dientes de ruedas dentadas [12] indican una fuerte dependencia entre el radio de curvatura equivalente de los flancos de los dientes del engranaje con el espesor de capa efectiva para garantizar máxima resistencia a la picadura de los dientes.

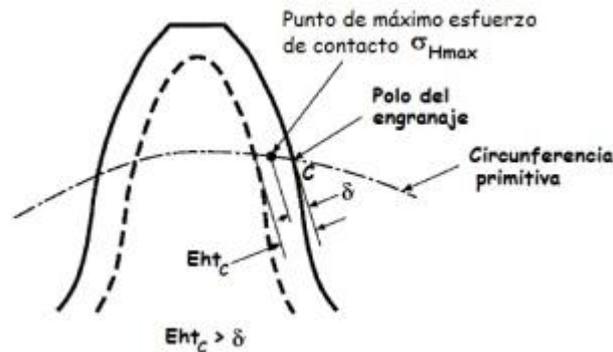
El actual conocimiento sobre los esfuerzos de contacto en los flancos conjugados de los dientes de engranajes cilíndricos [13, 14] permite establecer que el máximo esfuerzo de contacto ocurre por debajo de la superficie de los dientes. De esta manera, para garantizar la resistencia superficial de los dientes en las ruedas cementadas es necesario que la dureza sub-superficial brinde suficiente resistencia a la picadura y a la exfoliación superficial y en esas condiciones tiene gran importancia considerar el efecto del espesor del diente y el radio de curvatura equivalente en la zona de contacto de los dientes como factores con influencia en la resistencia efectiva a la fractura de los dientes.

En la actualidad, no tienen gran aceptación las recomendaciones para seleccionar el valor mínimo del espesor efectivo de la capa endurecida considerando variaciones del espesor del diente independientes del módulo del engranaje. Han sido publicados algunos resultados de investigación de autores estadounidenses [1], alemanes [15, 16] y cubanos [11] con resultados y recomendaciones del espesor de capa cementada en función de la geometría del engranaje pero el desconocimiento y el escaso tratamiento del procedimiento necesario para calcular los radios de curvatura de los dientes que permita estimar un espesor recomendado de la capa efectiva de cementado ha impedido su mejor divulgación.

En este artículo se presenta un procedimiento para estimar valores recomendados de espesor de la capa cementada en engranajes cilíndricos de acero en función del radio de curvatura de los flancos de dientes en contacto según recomendaciones publicadas en la norma ISO 6336-5 [10] como compilación de los trabajos de Kron [15] y otros resultados de Börnecke [16] referidos por el investigador alemán Tobie [17]. Con la aplicación del procedimiento y con base en 9 ejemplos se verifica la aplicabilidad del estado actual de las recomendaciones de profundidad efectiva de capa cementada en los engranajes sin riesgo de fragilidad y capaz de garantizar la resistencia mecánica necesaria en los flancos de los dientes de ruedas dentadas cilíndricas.

## Métodos y Materiales

La figura 1 muestra la condición para definir el espesor mínimo de capa cementada y la consideración necesaria de tomar en cuenta el espesor de los dientes y el radio de los flancos activos conjugados en el engranaje.



**Fig. 1.** Modelo físico para estimar el espesor de capa efectiva de cementado

El procedimiento analítico para estimar el espesor mínimo de la capa cementada en engranajes cilíndricos en función del radio de curvatura equivalente de los flancos de dientes en contacto fue establecido mediante un modelo matemático basado en las relaciones reportadas Kron [15] y Börnecke [16] y resumidas en las ecuaciones (1) y (2).

Recomendación según Kron:

$$Eht_{C-K} = \frac{\sigma_H \cdot d_{w1} \cdot \text{sen } \alpha_{wt} \cdot z_2}{u_H \cdot \cos \beta_b \cdot (z_1 + z_2)} \quad (1)$$

Recomendación según Börnecke:

$$Eht_{C-B} = \frac{\rho_C + 10}{25} - 0.15 \text{ mm} \quad (2)$$

Siendo:

$Eht_{C-K}$ ,  $Eht_{C-N}$  = Espesor óptimo de la capa cementada según Kron y Börnecke (mm).

$\sigma_H$  = Esfuerzo de contacto real. El valor máximo es el esfuerzo límite por contacto (MPa),

$u_H$  = Factor por proceso de endurecimiento y calidad de material (MPa)

$d_{w1}$  = Diámetro primitivo del piñón (mm)

$\alpha_{wt}$  = Ángulo de engranaje en el plano tangencial (°)

$z_1$  y  $z_2$  = Cantidad de dientes del piñón y rueda.

$\beta_b$  = Ángulo de la hélice en el cilindro básico (°)

$\rho_C$  = Radio de curvatura equivalente de los flancos de dientes en contacto en el polo (mm).

El procedimiento desarrollado en este trabajo, presentado más adelante en la Tabla 4, fue establecido para un engranaje cilíndrico de ejes paralelos y contacto exterior lubricado por inmersión en baño de aceite con base mineral. Las ruedas fueron consideradas de acero con características adecuadas para tratamiento de cementación y material de calidad comercial del tipo MQ y esfuerzo límite por contacto intermitente igual 1500 MPa.

El modelo matemático, basado en las ecuaciones (1) y (2), sirvió de partida para establecer la solución al problema de determinar la profundidad efectiva de capa cementada en engranajes cilíndricos sin riesgo de fragilidad y con suficiente resistencia mecánica en los flancos de los dientes ante el daño por exfoliación o picadura superficial. La tabla 1 identifica las 20 variables participantes en el modelo matemático general.

**Tabla 1.** Simbología y unidades de las variables participantes en el modelo matemático general

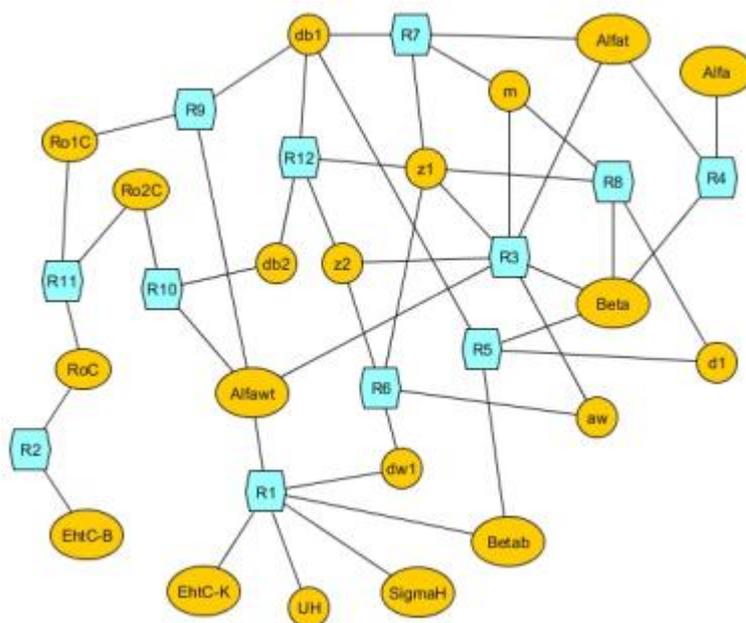
No.	Variables	Unidades	Descripción:
1	$a_w$	mm	Distancia de montaje entre ejes de piñón y rueda
2	$m$	mm	Módulo
3	$z_1$		Cantidad de dientes en el piñón
4	$z_2$		Cantidad de dientes en la rueda
5	$\beta$ (Beta)	°	Ángulo de inclinación de la hélice en el cilindro de referencia.
6	$\alpha$ (Alfa)	°	Ángulo de presión normal
7	$U_H$	MPa	Factor por proceso de endurecimiento y calidad de material
8	$\sigma_H$ (SigmaH)	MPa	Esfuerzo de contacto real (el valor máximo es el esfuerzo límite por contacto)
9	$\alpha_t$ (Alfat)	°	Ángulo de presión en el plano tangencial.
10	$\alpha_{wt}$ (Alfawt)	°	Ángulo de engranaje en el plano tangencial.
11	$\beta_b$ (Betab)	°	Ángulo de la hélice en el cilindro básico.
12	$d_1$	mm	Diámetro de referencia del piñón
13	$d_{w1}$	mm	Diámetro primitivo del piñón
14	$d_{b1}$	mm	Diámetro básico del piñón.
15	$d_{b2}$	mm	Diámetro básico de la rueda.
16	$\rho_{1C}$ (Ro1C)	mm	Radio de curvatura del flanco del diente del piñón en polo.
17	$\rho_{2C}$ (Ro2C)	mm	Radio de curvatura del flanco del diente de la rueda en polo.
18	$\rho_C$ (RoC)	mm	Radio de curvatura equivalente de los flancos de dientes en contacto en el polo.
19	$Eht_{C\_K}$		Espesor óptimo de la capa cementada según Kron
20	$Eht_{C\_B}$		Espesor óptimo de la capa cementada según Börnecke

En la tabla 2 se presenta el modelo matemático general de un engranaje cilíndrico de contacto exterior y ejes paralelos con interrelación de la geometría, material, esfuerzo de contacto actuante y profundidad efectiva de capa cementada en los dientes de las ruedas.

**Tabla 2.** Relaciones del modelo matemático base del procedimiento para estimar la profundidad efectiva de capa cementada en engranajes cilíndricos

Relación matemática	Identificador
$\frac{\sigma_H \cdot d_{w1} \cdot \text{sen } \alpha_{wt}}{u_H \cdot \cos \beta_b} \cdot \frac{z_2}{z_1 + z_2} - Eht_{C\_K} = 0$	R(1)
$\frac{\rho_C + 10}{25} - 0.15\text{mm} - Eht_{C\_B} = 0$	R(2)
$2 \cdot a_w \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha_{wt} - m \cdot (z_1 + z_2) \cdot \cos \alpha_t = 0$	R(3)
$\tan \alpha_t \cdot \cos \beta - \tan \alpha = 0$	R(4)
$d_1 \cdot \tan \beta_b - d_{b1} \cdot \tan \beta = 0$	R(5)
$d_{w1} \cdot \left( \frac{z_2 + 1}{z_1} \right) - 2 \cdot a_w = 0$	R(6)
$d_{b1} - m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha_t = 0$	R(7)
$d_1 \cdot \cos \beta - m \cdot z_1 = 0$	R(8)
$2 \cdot \rho_{1C} - d_{b1} \cdot \tan \alpha_{wt} = 0$	R(9)
$2 \cdot \rho_{2C} - d_{b2} \cdot \tan \alpha_{wt} = 0$	R(10)
$\rho_C \cdot (\rho_{1C} + \rho_{2C}) - (\rho_{1C} \cdot \rho_{2C}) = 0$	R(11)
$\frac{d_{b2}}{d_{b1}} - \frac{z_2}{z_1} = 0$	R(12)

La figura 2 muestra la organización general del modelo matemático mediante un grafo donde las variables son identificadas con círculos y elipses y las relaciones con hexágonos. El grafo del modelo muestra la interrelación de la geometría, material, esfuerzo de contacto actuante y profundidad efectiva de capa cementada en los dientes en un engranaje cilíndrico de contacto exterior y ejes paralelos.



**Fig. 2.** Grafo de modelo matemático general

Un análisis del anterior modelo matemático permite determinar la cantidad de datos requeridos para hacer convergente la solución del problema de estimar analíticamente el espesor óptimo de la capa cementada en engranajes cilíndricos en función del radio de curvatura equivalente de los flancos de dientes en contacto. En este caso, la cantidad necesaria de variables conocidas se determina como:

$$D = V - R$$

Siendo:

D = Cantidad de variables conocidas.

V = Cantidad de variables del modelo matemático (V = 20)

R = Cantidad de relaciones del modelo matemático (R = 12)

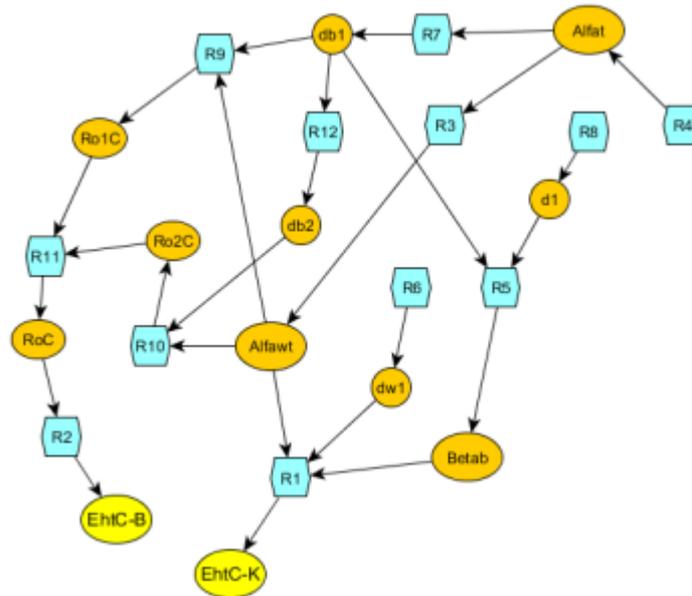
D = 20 - 12 = 8 variables datos

En la tabla 3 se muestran las variables asumidas como conocidas (datos) que se descartaron en el grafo del modelo matemático y permitió desarrollar el procedimiento de cálculo como solución al problema de estimar analíticamente el espesor mínimo de la capa cementada en engranajes cilíndricos.

**Tabla 3.** Variables conocidas (datos) para estimar el espesor óptimo de la capa cementada en engranajes cilíndricos

No.	Variables	Unidades	Descripción:
1	$a_w$	mm	Distancia de montaje entre ejes de piñón y rueda
2	$m$	mm	Módulo
3	$z_1$		Cantidad de dientes en el piñón
4	$z_2$		Cantidad de dientes en la rueda
5	$\beta$ (Beta)	°	Ángulo de inclinación de la hélice en el cilindro de referencia.
6	$\alpha$ (Alfa)	°	Ángulo de presión normal
7	$U_H$	MPa	Factor por proceso de endurecimiento y calidad de material $U_H = 66\ 000$ MPa para material con calidad MQ/ME.
8	$\sigma_H$ (SigmaH)	MPa	Esfuerzo de contacto real (el valor máximo es el esfuerzo límite por contacto)

La figura 3 muestra la organización general del grafo del modelo matemático de la solución del problema asociado con la determinación del espesor de la capa efectiva de cementado en engranajes cilíndricos de ejes paralelos y contacto exterior.



**Fig. 3.** Grafo de modelo matemático para la solución del problema

El modelo matemático de la solución del problema asociado con la determinación del espesor óptimo de la capa cementada en engranajes cilíndricos permitió, con base a las variables identificadas en la tabla 3, organizar un procedimiento para calcular los espesores recomendados de capa efectiva cementada publicadas en las normas ISO 6336-5 y ANSI/AGMA 2101-D04 y derivadas de los trabajos de Kron y Börnecke. En la tabla 4 se muestra el referido procedimiento de cálculo.

**Tabla 4.** Procedimiento de cálculo de espesores recomendados de capa efectiva cementada

Paso	Denominación	Ecuación	Unidad
1	Ángulo de presión en plano tangencial.	$\alpha_t = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \alpha}{\cos \beta}\right)$	°
2	Diámetro de referencia del piñón	$d_1 = \frac{m \cdot z_1}{\cos \beta}$	mm
3	Diámetro básico del piñón.	$d_{b1} = m \cdot z_1 \cdot \cos \alpha_t$	mm
4	Diámetro básico de la rueda.	$d_{b2} = d_{b1} \cdot \frac{z_2}{z_1}$	mm
5	Ángulo de la hélice en el cilindro básico.	$\beta_b = \tan^{-1}\left(\frac{d_{b1} \cdot \tan \beta}{d_1}\right)$	°
6	Diámetro primitivo del piñón	$d_{w1} = \frac{2 \cdot a_w}{\frac{z_2}{z_1} + 1}$	mm
7	Ángulo de engranaje en el plano tangencial.	$\alpha_{wt} = \cos^{-1}\left(\frac{m \cdot (z_1 + z_2) \cdot \frac{z_1}{z_2 + z_1}}{2 \cdot \cos \beta}\right)$	°
8	Espesor óptimo de la capa cementada según Kron	$Eht_{C-K} = \frac{\sigma_H \cdot d_{w1} \cdot \sin \alpha_{wt} \cdot \frac{z_2}{z_1 + z_2}}{u_H \cdot \cos \beta_b}$	mm
9	Radio de curvatura del flanco del diente del piñón en el polo.	$\rho_{1C} = \frac{d_{b1}}{2} \cdot \tan \alpha_{wt}$	mm
10	Radio de curvatura del flanco del diente de la rueda en el polo.	$\rho_{2C} = \frac{d_{b2}}{2} \cdot \tan \alpha_{wt}$	mm
11	Radio de curvatura equivalente de los flancos de dientes en contacto en el polo.	$\rho_C = \frac{\rho_{1C} \cdot \rho_{2C}}{\rho_{1C} + \rho_{2C}}$	mm
12	Espesor óptimo de la capa cementada según Börnecke	$Eht_{C-B} = \frac{\rho_C + 10}{25} - 0.15 \text{ mm}$	mm

## Resultados y Discusión

El procedimiento presentado fue organizado en una tabla *Excel* confeccionada al efecto y permitió estimar la mínima profundidad efectiva de capa cementada en engranajes cilíndricos sin riesgo de fragilidad y suficiente resistencia ante el daño por exfoliación o picadura superficial.

La tabla 5 muestra los valores calculados de espesor efectivo mínimo de capa cementada según las ecuaciones (1) y (2) y el procedimiento de cálculo desarrollado en el presente trabajo. La evaluación fue ejecutada en engranajes cilíndricos de ejes paralelos y contacto exterior con uso en ensayos, en la industria y para altas velocidades.

**Tabla 5.** Valores de espesor efectivo de capa cementada obtenidos mediante el procedimiento desarrollado para engranajes cilíndricos de ejes paralelos y contacto exterior

Ejemplos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Engranajes de ensayos					Engranajes industriales		Engranajes de alta velocidad	
$a_w$ (mm)	200	200	200	91,5	91,5	350	225	800	544
$m$ (mm)	8	5	3	5	3	9	5,5	14	3
$z_1$	24	40	67	17	29	16	19	51	22
$z_2$	25	41	69	18	30	59	61	61	328
$\alpha$	20°								
$\beta$	0°	0°	0°	0°	0°	10°	10°	11,5°	14,5°
Material	Acero con $\sigma_H = 1500$ MPa y calidad MQ								
$U_H$ (MPa)	66 000 MPa								
$\alpha_{wt}$	22,92°	17,93°	16,56°	26,01°	24,65°	23,29°	21,35°	20,37°	21,09°
$x_1$	0,264	-0,232	-0,605	0,452	0,555	0,280	0,148	0,006	0,132
$\rho_C$ (mm)	19,48	15,39	14,25	10,03	9,54	22,88	14,62	67,66	11,16
Kron $Eht_{C_K}$ (mm)	0,89	0,70	0,65	0,46	0,43	1,06	0,67	3,13	0,52
Börnecke $Eht_{C_B}$ (mm)	1,03	0,86	0,82	0,65	0,63	1,16	0,83	2,95	0,70
Diferencia %	-15,7	-22,8	-26,2	-41,3	-46,5	-8,6	-23,9	5,8	-34,6

Nota:  $x_1$  = Coeficiente de corrección en el piñón.

Aunque los valores mínimos recomendados para espesor efectivo de capa cementada calculados según las relaciones de Kron y Börnecke difieren en valores absolutos entre 5,8 % y 46,5 % se observa una dependencia directa con el radio de curvatura equivalente de los flancos de dientes en contacto en el polo. Mientras mayor es el radio de curvatura equivalente de los flancos de dientes mayor es el valor recomendado para espesor efectivo de la capa cementada en los dientes del engranaje.

Las mayores diferencias entre valores de espesor efectivo recomendados por Kron y Börnecke son evidentes en aquellos casos de engranajes con menor radio de curvatura equivalente de los flancos de dientes en contacto en el polo del engranaje.

La tabla 6 muestra los valores de espesor efectivo de capa cementada según recomendaciones de varios autores y normas de engranajes. En la referida tabla 6, es evidente que los criterios basados exclusivamente en el módulo del engranaje [6-9] no muestran diferencias en los valores recomendados del espesor efectivo de capa cementada. En cambio los criterios de Kron y Börnecke son sensibles al ancho frontal de los dientes y tienden a recomendar valores de espesor de capa efectiva superiores mientras mayor sea el espesor del diente pero condicionándolo principalmente al radio de curvatura equivalente de los flancos de dientes en contacto en el polo. Este resultado pudo ser corroborado con la aplicación del procedimiento desarrollado en esta investigación.

Según resultado de la presente investigación, en un amplio margen la relación entre el espesor efectivo de capa cementada y el módulo del engranaje se reporta como  $Eht_C / m = 0,09$  y  $0,3$ . Este resultado considera la inclusión de la relación declarada por AGMA 2101 con una correspondencia de  $Eht_C / m = 0,20$  y  $0,25$ .

**Tabla 6.** Valores de espesor efectivo de capa cementada ( $E_{htc}$ ; en mm) obtenidos según varias recomendaciones para dientes de engranajes de ejes paralelos y contacto exterior

Ejemplos	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	Engranajes de ensayos					Engranajes industriales		Engranajes de alta velocidad	
m (mm)	8	5	3	5	3	9	5,5	14	3
$\rho_c$ (mm)	19,48	15,39	14,25	10,03	9,54	22,88	14,62	67,66	11,16
$s_1$ (mm)	14,1	7,1	3,4	9,5	5,9	16,0	9,2	22,0	5,0
$s_2$ (mm)	14,1	7,0	3,3	9,5	5,9	18,0	9,2	21,9	5,7
Kron $E_{htc}$ (mm)	0,89	0,70	0,65	0,46	0,43	1,06	0,67	3,13	0,52
Börnecke $E_{htc}$ (mm)	1,03	0,86	0,82	0,65	0,63	1,16	0,83	2,95	0,70
AGMA 2004 $E_{htc}$ (mm)	1,89	1,35	0,91	1,35	0,91	2,25	1,48	3,00	0,91
AGMA 2101 $E_{htc}$ (mm)	1,83	1,08	0,61	1,08	0,61	2,09	1,2	3,44	0,61
Rakhit $E_{htc}$ (mm)	1,60	1,20	0,82	1,20	0,82	1,65	1,22	2,20	0,82
MAAG $E_{htc}$ (mm)	1,30	1,00	0,62	1,00	0,62	1,38	1,04	1,65	0,62
Jones $E_{htc}$ (mm)	1,20	0,80	0,58	0,80	0,58	1,28	0,90	1,60	0,58

Nota:  $s_1$  y  $s_2$  = Espesor normal del diente en el cilindro de referencia para el piñón y la rueda.

## Conclusiones

Empleando las relaciones reportadas por Kron y Börnecke para estimar el espesor mínimo de la capa cementada en engranajes cilíndricos y compiladas en las ecuaciones (1) y (2), fue elaborado un modelo matemático de 12 relaciones, 20 variables y 8 grados de libertad. El referido modelo matemático fue la base de un procedimiento orientado a dar solución al problema de la estimación del espesor efectivo mínimo de la capa cementada en engranajes cilíndricos de ejes paralelos y contacto exterior, tomando en consideración una consecuente geometría del engranaje y el material empleado en la elaboración de las ruedas dentadas.

Resultados del trabajo, compilados en las tablas 5 y 6 hace evidente que los criterios basados exclusivamente en el módulo del engranaje no muestran diferencias en los valores recomendados del espesor efectivo de capa cementada. En cambio los criterios de Kron y Börnecke son sensibles al ancho frontal de los dientes y tienden a recomendar valores de espesor de capa efectiva superiores mientras mayor sea el espesor del diente pero condicionándolo principalmente al radio de curvatura equivalente de los flancos de dientes en contacto en el polo. Valores mínimos recomendados para espesor efectivo de capa cementada calculados según las relaciones de Kron y Börnecke difieren en valores absolutos entre 5,8 % y 46,5 %.

Este resultado permite considerar como válida la implementación del procedimiento (tabla 4) descrito en este artículo para estimar el espesor efectivo de capa cementada y basado en las relaciones de Kron y Börnecke como una alternativa mejorada al uso exclusivo de recomendaciones basadas en el módulo del engranaje cementado para establecer un valor racional del espesor de capa endurecida efectiva.

## Referencias

1. March, Li. Practical approach to determining effective case depth of gas carburizing. *Gear Technology*. 2016; 33(2): 56-61.
2. Rowan O K, Yaniak T J. Analysis of heat treat growth on carburized ring gear and multivariate regression model development. *Thermal Processing*. 2016; 5(1): 34-39.
3. Zhenduo S, Wei L, Hailong D. et al. Fish-eye failure analysis and life design approach for case-carburized gear steel based on statistical evaluation of defect size. *Engineering Failure Analysis*. 2016; 59(1): 28-40.
4. Bonglae J, Yongbo S. Deformation and fatigue behaviors of carburized automotive gear steel and predictions. *Frattura ed Integrità Strutturale*. 2016; 37(1): 28-37.
5. American Gear Manufacturers Association. Metallurgical Specifications for Steel Gearing. AGMA Standard 923-B05. Virginia. USA: AGMA; 2005.
6. Jones L S. Selection of materials and compatible heat treatments for gearing. *Gear technology*. 1986; 3(3):30 - 37.
7. MAAG . MAAG Gear Book. 3rd ed. Zurich; Switzerland: MAAG Gear Company Ltd; 1990
8. Rakhit, A. K. Heat treatment of gears: A practical guide for engineers. Ohio. USA: ASM International; 2000
9. American Gear Manufacturers Association. Gear Materials and Heat Treatment Manual. AGMA Standard 2004-C08. Virginia. USA: AGMA; 2014.
10. International Organization for Standardization. Calculation of Load Capacity of Spur and Helical Gears – Part 5: Strength and Quality of Materials. ISO Standard 6336-5. Geneva. Switzerland: ISO; 2016.

11. Espinosa-Fernández L., Rodríguez-Martínez C. Diseño de espesor de tratamientos térmicos superficiales para combatir la fatiga por contacto en engranajes. *Ciencia en su PC*. 2011. 10(2): 22-29.
12. Lindqvist, B., Miedzinski, A. Means to Control Case Depth of Carburized PM-steels. In: World Congress of European Powder Metallurgy Association (WorldPM 2016), Hamburg. Germany: EPMA; 2016. [Citado: 10 de mayo de 2017]. Disponible en: [https://www.hoganas.com/globalassets/media/documents/sintered-components/pm16\\_11\\_worldpm2016\\_means\\_to\\_control\\_case\\_depth\\_of\\_carburized\\_pm\\_steels\\_lindqvist.pdf](https://www.hoganas.com/globalassets/media/documents/sintered-components/pm16_11_worldpm2016_means_to_control_case_depth_of_carburized_pm_steels_lindqvist.pdf).
13. International Organization for Standardization. Calculation of Load Capacity of Spur and Helical Gears – Part 2: Calculation of Surface Durability (Pitting). ISO Standard 6336-2. Geneva. Switzerland: ISO; 2006.
14. Heuer V, Loeser K, Schmitt, G. Improved Materials and Enhanced Fatigue Resistance for Gear Components. AGMA Technical paper 15FTM02. In Fall Technical Meeting. American Gear Manufacturers Association; Virginia, EEUU: AGMA; 2015.
15. Kron H O. Gear teeth sub-surface stress analysis. In Congres Mondial des Engrenages; Paris, France: Institut de l'engrenage et des transmissions; 1977.
16. Bönecke K, Käser W, Rösch H. Grundlagenversuche zur Ermittlung der richtigen Härtetiefe bei Wälz- und Biegebeanspruchung. Frankfurt, Germany: Forschungsvereinigung Antriebstechnik; 1976.
17. Tobie T, Oster P. Höhns, B R. Systematic investigations on the influence of case depth on the pitting and bending strength of case carburized gears. *Gear Technology*. 2005; 25(4): 40-48.