



Optimización multiobjetivo en transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos

Multi objective optimization of asymmetric spur gear transmission

Jorge Laureano Moya-Rodríguez^I, José Roberto Marty-Delgado^{II, *},
Paul Marcelo Tacle-Humanante^{III}

I. Universidade Federal da Bahia, Escola Politécnica, Programa de Pós-graduação em Engenharia Industrial. Brasil.

II. Universidad Central Marta Abreu de Las Villas, Departamento de Ingeniería Mecánica. Villa Clara. Cuba

III. Universidad de las Fuerzas Armadas. ESPE, Departamento de Energía y Mecánica. Ecuador

* Autor de correspondencia: jmarty@uclv.edu.cu

Este documento posee una [licencia Creative Commons Reconocimiento-No Comercial 4.0 internacional](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/)



Recibido: 8 de febrero de 2020

Aceptado: 20 de abril de 2020

Resumen

En el presente trabajo se desarrolló la optimización multiobjetivo de transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos, usando el algoritmo genético del tipo NSGA II (Nondominated Sorting Genetic Algorithm) modificado, para tres pares de funciones objetivos diferentes: mínima tensión en el pie del diente-mínimo volumen de la transmisión; mínima tensión en el pie del diente-máximo factor de recubrimiento; mínimo volumen de la transmisión-máximo índice de robustez. Las restricciones consideradas fueron el espesor del diente de la rueda, coeficiente de corrección y la distancia entre centros que

permanece constante. El método de optimización empleado aportó las funciones para hallar los parámetros que minimizan o maximizan las funciones objetivos y respeten las restricciones. Como resultados se obtuvieron valores óptimos para el índice de robustez y las tensiones en el pie del diente, demostrando la validez del procedimiento utilizado por su fácil adaptación a modelos matemáticos complejos.

Palabras claves: dientes rectos asimétricos, optimización multi objetivo, NSGA-III.

Abstract

In this paper, a multi objective optimization of asymmetric spur gear transmission is carried out using the modified Nondominated Sorting Genetic Algorithm II (NSGA II). To achieve this goal, three pairs optimization problem are formulated: minimum tooth stress and minimum transmission volume, minimum tooth stress and maximum coating factor, minimum transmission volume and maximum robustness index. Constraints considered include wheel tooth thickness, correction coefficient, and constant center

distance. The optimization procedure used provides functions to find the parameters that minimize or maximize the objective functions respecting the restrictions. As results, optimal values are obtained for the robustness index and tooth stress, demonstrating the validity of the procedure used for its easy adaptation to complex mathematical models.

Key words: asymmetric spur gear, multi-objective optimization, NSGA-III.

Cómo citar este artículo:

Moya Rodríguez JL, Marty Delgado JR, Tacle Humanante PM. Optimización multiobjetivo en transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos. Ingeniería Mecánica. 2020;23(2):e602. ISSN 1815-5944.

Nomenclatura

IR_f	Índice de Robustez a la fractura
σ_f	Tensión debida a la flexión en el eje z del diente sin modificaciones
σ_{fm}	Tensión debida a la flexión en el eje z del diente modificado geoméricamente
F	Función actitud o <i>fitness function</i>
x_i^U	Límites superiores de las variables independientes
x_i^L	Límites inferiores de las variables independientes
$g_j(x)$	Restricciones de desigualdad
$h_k(x)$	Restricciones de igualdad
X	Coefficiente corrección
C	Coefficiente de asimetría
ε	Coefficiente de recubrimiento
d_{b1}	Diámetro básico del piñón
d_{b2}	Diámetro básico de la corona
α_w	Ángulo de engranaje
m	Módulo de la herramienta
d_{a1}	Diámetro exterior del piñón
d_{a2}	Diámetro exterior de la corona
a_{xx}	Distancia entre centros
α_c	Ángulo de la herramienta
V	Volumen de la transmisión
b	Ancho del piñón
S_{a1}	Grueso del diente del piñón por la circunferencia exterior
α_{e1}	Ángulo del perfil del diente del piñón por la circunferencia exterior
S_{p1}	Grueso del diente del piñón por la circunferencia de paso
d_{p1}	Diámetro de paso del piñón
Z	Número de dientes de la rueda que se corrige negativamente
h_a	Coefficiente de <i>addendum</i>

Introducción

El proceso de diseño de una transmisión por engranajes no es sencillo, se emplean simultáneamente variables discretas (módulo, número de dientes, etc.) y continuas (ángulo de hélice, ancho, desplazamiento del dentado, etc.), relacionadas entre sí de forma no lineal. La obtención de un máximo o mínimo en un proceso de optimización, donde intervienen variables discretas y continuas es complicada y laboriosa, reduciéndose la disponibilidad de métodos de optimización. En ese conjunto de técnicas, no existe una que demuestre ser más ventajosa que otras, sino que cada tipo de problema tiene una, o varias técnicas adecuadas para su solución. A diferencia de los problemas de optimización de un solo objetivo, en los problemas de optimización multiobjetivo, se obtiene un conjunto de soluciones (frente de Pareto) en función de qué objetivos se decida priorizar.

En la literatura científica aparecen en los últimos años varios trabajos sobre optimización de engranajes. En la investigación realizada por Kumar, Muni y colaboradores [1], utilizando un procedimiento iterativo sobre las tensiones máximas de filete calculadas a través del método de los elementos finitos (FEM), se obtienen valores óptimos en la asimetría de la cremallera para fabricar engranajes de dientes asimétricos. Para este estudio, varias cremalleras asimétricas no estándar fueron diseñadas para adaptar diferentes combinaciones en los valores de ángulo de presión y asimetría.

Mohan y colaboradores [2] proponen la optimización de engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores considerando como restricciones, el esfuerzo de flexión, y el esfuerzo al contacto y como variables de decisión el módulo, ancho de cara del diente y número de dientes del piñón. Los resultados de las funciones objetivos de distancia entre centros, el peso y las deflexiones de los dientes, se calculan para tres materiales, hierro fundido, C-45 y acero aleado (15Ni2Cr1).

En el trabajo de Marjanovic [3] se presenta una solución para el problema de optimización en trenes de engranajes rectos. Los autores señalan que la optimización de trenes de engranajes es una tarea compleja, debido a las características del modelo matemático que describe su comportamiento. Como conclusión proporcionan una descripción para la selección del concepto de óptimo, basada en una matriz de selección, que comprende la discriminación de materiales óptimos, la relación de transmisión óptima y las posiciones de los ejes.

En el trabajo de Gupta [4] se utilizan algoritmos genéticos para el problema de optimización de engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores para reducir el peso, considerando la distancia entre centros como función objetivo, y como restricciones no lineales, la tensión límite de flexión y la tensión límite superficial del engranaje. El problema de diseño se optimizó comparando los resultados con los métodos tradicionales de cálculo.

Utilizando algoritmos naturalmente inspirados, N. Godwin Raja Ebenezer y colaboradores [5], presentaron un método para resolver problemas de optimización en engranajes rectos. Mediante algoritmos de recocido

simulado, *Firefly* y el solver *fmincon* de MATLAB, lograron minimizar el volumen de la transmisión para 11 restricciones definidas.

Sanghvi [6] comparó tres metodologías de optimización diferentes, *Optimization Toolbox™* de MATLAB, algoritmo genético y optimización multi objetivo usando NSGA-II, en el diseño de engranajes helicoidales. Utilizando como variables de diseño, ancho de los dientes, módulo y número de dientes, y como restricciones, resistencia a fatiga y resistencia a flexión; demostraron que los resultados obtenidos por optimización multi objetivo con NSGA-II, son superiores en calidad, al resto de los métodos empleados.

Patil y colaboradores [7] establecieron una comparación para dos tipos diferentes de optimización, simple y multi objetiva, incorporando en estas últimas restricciones del tipo tribológicas. Como resultado concluyeron que es mayor la probabilidad de falla por desgaste en las soluciones obtenidas por optimización mono objetivo y que la pérdida total de potencia se reduce a la mitad cuando se emplean diseños obtenidos por optimizaciones multi objetivos. Ellos utilizaron una versión de algoritmo genético del tipo *Nondominated Sorting Genetic Algorithm II* (NSGA II).

A través de frente de Pareto calculados mediante NSGA-II, utilizando técnicas de programación lineal para análisis preferenciales multidimensionales, Qizhi Yao [8] demostró que los resultados de la optimización simple son relativamente peores que una multiobjetivo, en el diseño de dientes rectos utilizando como función objetivo la distancia entre centros, coeficiente de rozamiento y eficiencia del maldado.

El índice de robustez a la fractura (IR_f), evalúa el comportamiento de las transmisiones cilíndricas de dientes rectos asimétricos, su deducción se explica en el trabajo de Tacle y colaboradores [9]. Estos autores, para determinar el índice de robustez a la fractura de los engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores, evalúan la influencia de la asimetría, la corrección y la combinación de ambas en la resistencia a la flexión de los engranajes cilíndricos de dientes rectos exteriores fabricados con poliamida PA 66 20 GF, quedando expresado el índice de robustez como:

$$IR_f = \frac{\sigma_f}{\sigma_{fm}} \tag{1}$$

El análisis de la literatura citada revela que los problemas de optimización multiobjetivo de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos, utilizando el algoritmo NSGA II para varias funciones objetivo es un problema complejo, poco referenciado por investigadores y factible de adaptar a modelos matemáticos complejos. Por ello, el presente trabajo tiene como objetivo la optimización multicriterial del índice de robustez a la fractura de transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos, fabricados en materiales compuestos, usando el algoritmo genético del tipo NSGA II modificado, para tres pares de funciones objetivos diferentes, vinculado a la solución de las fallas presentes en los mismos.

Métodos y Materiales

Formulación del problema de optimización

El problema matemático de optimización multiobjetivo, consiste en la obtención de un conjunto de soluciones que satisfaga las restricciones y optimice una función constituida por diversos términos o funciones objetivos. Un problema de optimización multiobjetivo puede ser definido matemáticamente como:

$$\begin{aligned} & \text{Minimizar (Maximizar) } F = (f_1(x), f_2(x) \dots \dots \dots f_n(x)) \\ & \text{Sujeto a :} \\ & g_j(x) \geq 0 \qquad \qquad \qquad j = 1,2,3 \dots \dots \dots j \\ & h_k(x) = 0 \qquad \qquad \qquad k = 1,2,3 \dots \dots \dots j \\ & x_i^L \leq x_i \leq x_i^U \qquad \qquad i = 1,2,3 \dots \dots \dots j \end{aligned}$$

El vector de decisión es:

$$x_i = (x_1, x_2, \dots \dots \dots x_n) \in \mathfrak{R}^n$$

En este trabajo para la optimización multiobjetivo de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos, se consideraron tres situaciones:

1. La minimización de las tensiones de flexión en el pie del diente y la minimización del volumen de la transmisión, esta es una optimización clásica con minimización de dos funciones, obteniéndose un frente de Pareto tradicional.
2. La minimización de las tensiones de flexión en el pie del diente y la maximización del factor de recubrimiento. En este caso se trata de la minimización de una función y la maximización de la otra, por lo que el frente de Pareto es diferente.
3. La maximización del Índice de Robustez y la minimización del volumen de la transmisión.

En la optimización se programó dentro del ambiente de MATLAB el NSGAII para obtener gráficos que permitan observar la maximización de una función (el índice de robustez a la fractura) y la minimización de otra función (el

volumen del engranaje, que influye directamente en su costo), aspectos que no permite el *toolbox* original de MATLAB. Para llevar a cabo la optimización se emplearon como datos de entrada los parámetros típicos de una transmisión por engranajes cilíndricos de dientes asimétricos que aparecen en la tabla 1. Se empleó material plástico porque la principal falla de los engranajes plásticos es la fractura, según quedó demostrado en el trabajo de Zhang [10].

Tabla 1. Datos usados en el proceso de optimización. Fuente: autores

Potencia de entrada [kW]	P=18,7
Revoluciones del piñón (rpm)	n=1750
Relación de transmisión.	u=1.8
Ángulo de la cremallera	$\alpha = 20^\circ$
Número de dientes del piñón	Zp=17
Módulo de la transmisión [mm]	m=4
Ancho de la rueda [mm]	48
Material	Poliamida PA 66 20 GF

Las variables independientes usadas son la corrección (X) y el coeficiente de asimetría (C); los cuales se variaron entre los siguientes límites de frontera:

$$X = 0 \div 1.25 \quad C = 1 \div 1.35$$

Funciones objetivo

Sobre la base de la identificación de los principios de ingeniería para resolver las contradicciones en la matriz TRIZ, propuesta en [11], e integrando el diseño robusto, se obtuvo una expresión para la evaluación del Índice de Robustez en función de la asimetría y el coeficiente de corrección, como aparece en el trabajo [9]. De ahí que las funciones objetivos a utilizar son:

1- Tensión normal producto de la flexión en engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos, expresión 2:

$$\sigma = a + b * C + c * X + d * C^2 + e * X^2 + f * C * X \tag{2}$$

Donde:

$$a = 28,472 \quad b = -28,0408 \quad c = -11,039 \quad d = 10,019 \quad e = 1.998 \quad f = 2,327$$

2- Índice de Robustez a la flexión para engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos, expresión 3:

$$IR = 0,555232 + 0,460337 * C - 0,206422 * X - 0,017860 * C^2 - 0,023812 * X^2 + 0,231962 * C * X \tag{3}$$

3- Coeficiente de recubrimiento en engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos, expresión 4:

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} - a_{wx} \cdot \text{sen}\alpha_w}{\pi \cdot m \cdot \text{cos}\alpha_c} \tag{4}$$

4- El Volumen de la transmisión se determina por la expresión que se observa en [12] expresión 5:

$$V = f(b, m, Z) = \frac{\pi b}{4} (d_{a1}^2 + d_{a2}^2) \tag{5}$$

Diseño de las restricciones usadas en el proceso de optimización

Como restricciones en el proceso de optimización se usaron las siguientes:

1. El espesor de los dientes de la rueda corregida positivamente debe ser superior al producto de 0,25 veces el módulo (m), expresiones 6 y 7:

$$S_{a1} = d_{a1} \left(\frac{S_{p1}}{d_{p1}} + \text{inv}\alpha_c - \text{inv}\alpha_{e1} \right) \geq 0,25 \cdot m \tag{6}$$

$$\varepsilon = \frac{\sqrt{\left(\frac{d_{a1}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b1}}{2}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{d_{a2}}{2}\right)^2 - \left(\frac{d_{b2}}{2}\right)^2} - a_{wx} \cdot \text{sen}\alpha_w}{\pi \cdot m \cdot \text{cos}\alpha_c} \geq 1,2 \tag{7}$$

2. El máximo valor del coeficiente de corrección negativo que se puede dar a una rueda, se determina por la expresión 8:

$$X = \left(\frac{17 - Z}{17} \right) \cdot \frac{1}{h_a} \tag{8}$$

3. La distancia entre centros se mantiene constante

Antes de realizar el proceso de optimización, es necesario calcular los parámetros geométricos de la transmisión cilíndrica de dientes rectos asimétricos en ambas ruedas según norma AGMA y las recomendaciones que aparecen el trabajo [13].

Algoritmo de optimización multiobjetivo (NSGA-II)

El NSGA-II es un algoritmo de optimización multiobjetivo basado en los métodos de programación evolutiva. El objetivo de estos algoritmos es encontrar un conjunto de soluciones eficientes bajo el concepto de dominancia de Pareto. La definición de dominancia de Pareto (asumiendo minimización) para dos vectores de decisión x , y $\in F$ (F se refiere a la región factible).

Un vector $x = (x_1, x_2 \dots x_k)$ se dice que domina (en el sentido de Pareto) a otro vector $y = (y_1, y_2 \dots y_k)$ (que se denota como $x < y$) sí y solo si (expresión 9):

$$\forall i \in (1, \dots, K), x_i \leq y_i \wedge \exists i \in (1, \dots, K): x_i < y_i \tag{9}$$

En otras palabras, un vector domina a otro, cuando éste es menor o igual para todos los componentes y es estrictamente menor en al menos uno de ellos. Es importante notar que si una solución x no domina a otra solución y , e y no domina a x , entonces ambos son no-dominados, es decir, no pueden ser comparados.

Procedimiento de optimización

Posterior a la declaración del lenguaje implementado en MATLAB se especificaron determinadas opciones para la inicialización del algoritmo genético, para este experimento se fijó una población del tipo vector doble, una función de selección de torneo, una fracción de cruzamiento 0,8, una función de mutación del tipo restricción dependiente, una función de cruzamiento del tipo disperso, una función de trazado con frente de Pareto. Se usó una población de 250 individuos y 50 iteraciones o generaciones. El diagrama de bloques del algoritmo NSGA-II está representado en la figura 1.

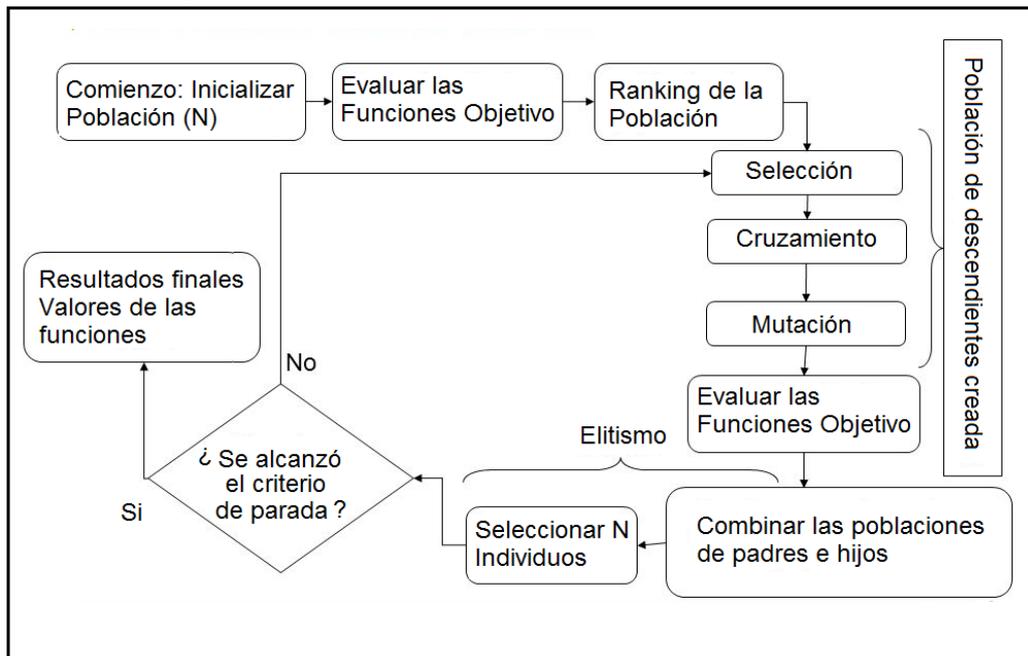


Fig. 1. Diagrama de bloques del algoritmo utilizado NSGA-II. Fuente: adaptada de [14]

El algoritmo estándar NSGA-II utiliza un método basado en la distancia de concentración para mantener la diversidad de soluciones. La limitación del método basado en la distancia de concentración es que selecciona dos soluciones más cercanas del frente de Pareto para el apareamiento.

El NSGA-II usa la información de preferencia proporcionada por el que toma las decisiones para encontrar solo soluciones deseables que satisfagan sus preferencias en el frente de Pareto. Varias funciones de escalado se usan simultáneamente; por lo tanto, los conjuntos de soluciones se obtienen a partir de la misma información de preferencia.

Resultados y Discusión

Optimización multiobjetivo considerando el volumen y el índice de robustez

En la figura 2 se ofrece el diagrama de Pareto que muestra el índice de robustez y el volumen de la transmisión usando NSGA II. En la figura se puede apreciar que inevitablemente, si se desea aumentar el índice de robustez a la flexión, es necesario aumentar el volumen de la transmisión, se tiene que llegar entonces a un *trade-off* entre

el índice de Robustez del Piñón y las dimensiones de la transmisión. El frente de Pareto permite que el diseñador seleccione, en la medida que lo desee priorizar, cualquiera de las dos funciones (valores dentro de la curva). El frente de Pareto representa las soluciones “no dominadas”, cualquier solución fuera de la curva no es óptima.

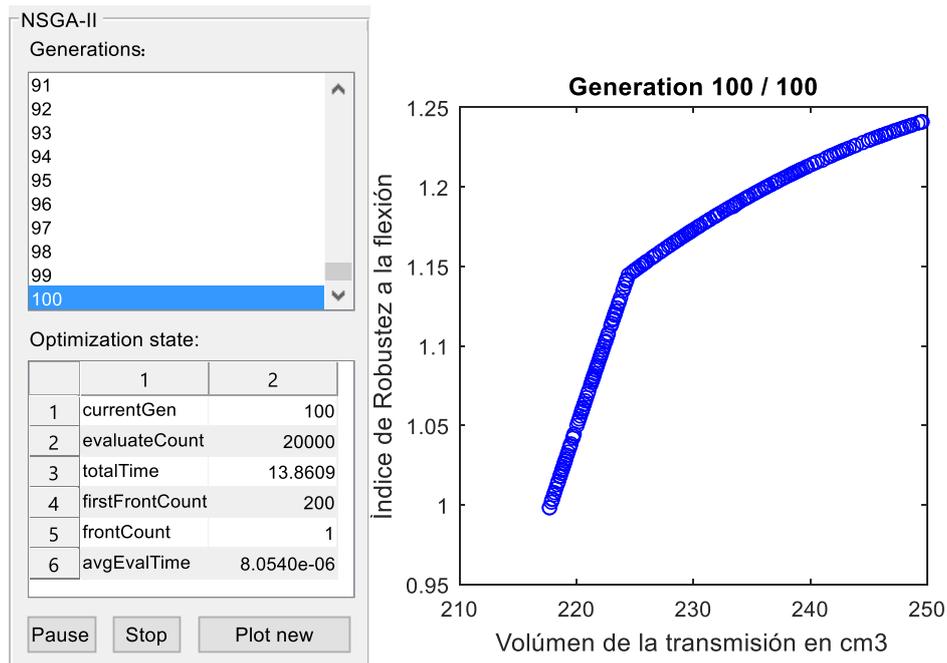


Fig. 2. Frente de Pareto del Índice de Robustez del piñón y volumen de la transmisión. Fuente: NSGA II

En la tabla 2 se observan los resultados numéricos del proceso de optimización de la misma forma y en la misma secuencia en que fueron inferidos por el software. Cabe al diseñador elegir el valor que desee dentro de ellos según el objetivo que quiera priorizar, en este caso sería el índice de robustez a la flexión o el volumen de la transmisión.

Tabla 2. Valores óptimos para funciones objetivo Índice de Robustez y volumen de la transmisión en función del coeficiente de corrección y la asimetría. Fuente: autores

Coeficiente de Corrección	Coeficiente de Asimetría	Volumen de la transmisión (cm³)	Índice de Robustez a la flexión
0	1	217,77	0,99
0	1,11	219,88	1,04
0	1,18	221,23	1,07
0	1,32	224,05	1,13
0,01	1,02	218,55	1,00
0,01	1,24	222,86	1,10
0,03	1,20	222,51	1,08
0,14	1,32	226,84	1,14
0,19	1,35	228,32	1,16
0,33	1,35	231,10	1,17
0,49	1,33	234,09	1,18
0,53	1,35	235,07	1,19
0,62	1,35	236,89	1,20
0,71	1,35	238,76	1,20
0,83	1,35	241,11	1,21
1,05	1,33	245,46	1,22
1,10	1,35	246,65	1,23
1,25	1,35	249,62	1,24

En la figura 3 se muestra el frente de Pareto del Índice de robustez y del volumen de la transmisión, usando en este caso el algoritmo *Pareto Envelope-based Selection Algorithm II* (PESA II). Se decidió utilizar otro algoritmo con vistas a realizar la pertinente comparación, demostrándose que los resultados son similares pro ambos métodos.

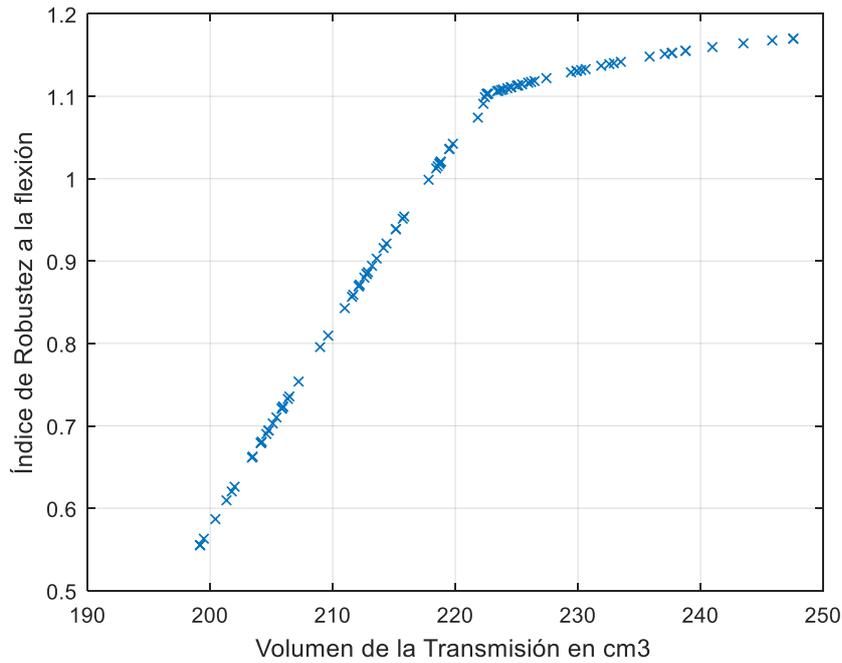


Fig. 3. Frente de Pareto del Índice de Robustez del piñón y volumen de la transmisión. Fuente: PESA II

Optimización multiobjetivo considerando la tensión en el pie del diente y el factor de recubrimiento

En la figura 4 se presenta el diagrama de Pareto que muestra el factor de recubrimiento de la transmisión y las tensiones en el pie del diente del piñón. En esta figura se tiene en cuenta que para iguales dimensiones de la transmisión, para un aumento en el factor de recubrimiento, el módulo debe ser menor y el número de dientes mayor; por consiguiente, las tensiones en el pie del diente son mayores, teniéndose entonces que llegar a un compromiso entre las tensiones en el pie del diente del piñón y el coeficiente de recubrimiento de la transmisión. El frente de Pareto permite que el diseñador seleccione, en la medida que lo desee priorizar, cualquiera de las dos funciones (valores dentro de la curva). El frente de Pareto representa las soluciones “no dominadas”, cualquier solución de tensión o de factor de recubrimiento fuera de la curva, no es óptima.

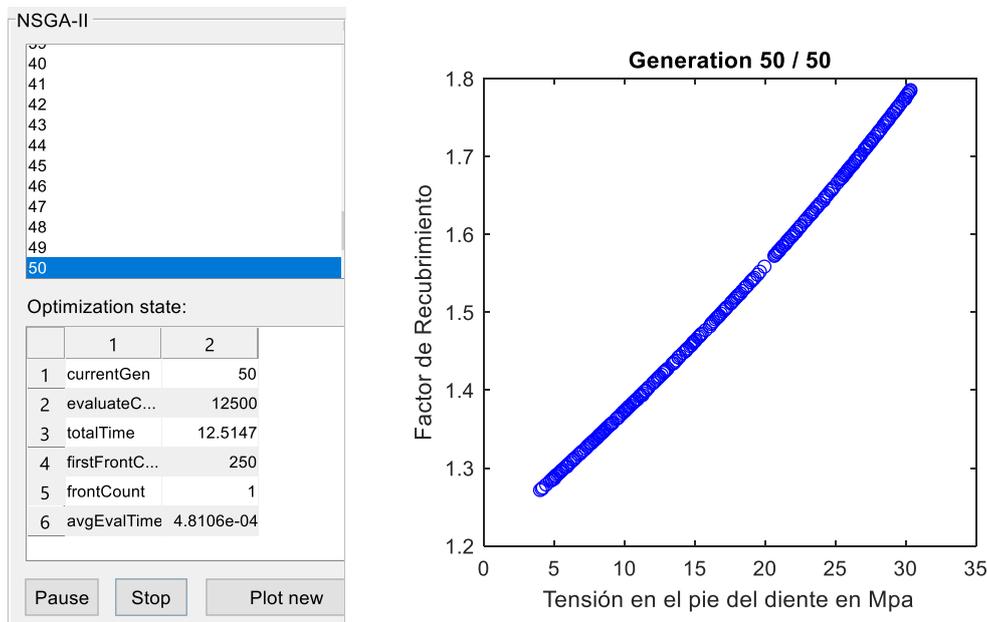


Fig. 4. Frente de Pareto del factor de recubrimiento de la transmisión y tensión en el pie del diente del piñón. Fuente: NSGA II

En la tabla 3 se muestran los resultados numéricos del proceso de optimización de la misma forma y en la misma secuencia en que fueron inferidos por el software. Cabe al diseñador elegir el valor que desee dentro de ellos según el objetivo que quiera priorizar, en este caso sería el factor de recubrimiento o las tensiones en el pie del diente de la transmisión.

Tabla 3. Valores óptimos de las funciones objetivo tensiones en el pie del diente y coeficiente de recubrimiento en función del coeficiente de corrección y la asimetría. Fuente: autores

Coeficiente de Asimetría	Tensiones en el pie del diente (MPa)	Coeficiente de Recubrimiento
1,04	16,41	1,49
1,01	21,02	1,57
1,01	25,41	1,66
1,29	22,34	1,59
1,35	16,06	1,45
1,11	10,27	1,38
1,19	6,30	1,30
1,23	18,92	1,53
1,12	12,60	1,42
1,25	12,60	1,40
1,16	25,45	1,67
1,23	6,42	1,30
1,15	4,35	1,27
1,13	9,54	1,36
1,06	11,83	1,41

Optimización multiobjetivo considerando la tensión en el pie del diente y el volumen de la transmisión

Este es un problema de optimización multiobjetivo, donde se desea minimizar simultáneamente dos funciones objetivo antagónicas, en este caso, la tensión en el pie del diente y el volumen de la transmisión. En la figura 5 se muestra el frente de Pareto con el comportamiento del volumen de la transmisión y las tensiones en el pie del diente del piñón.

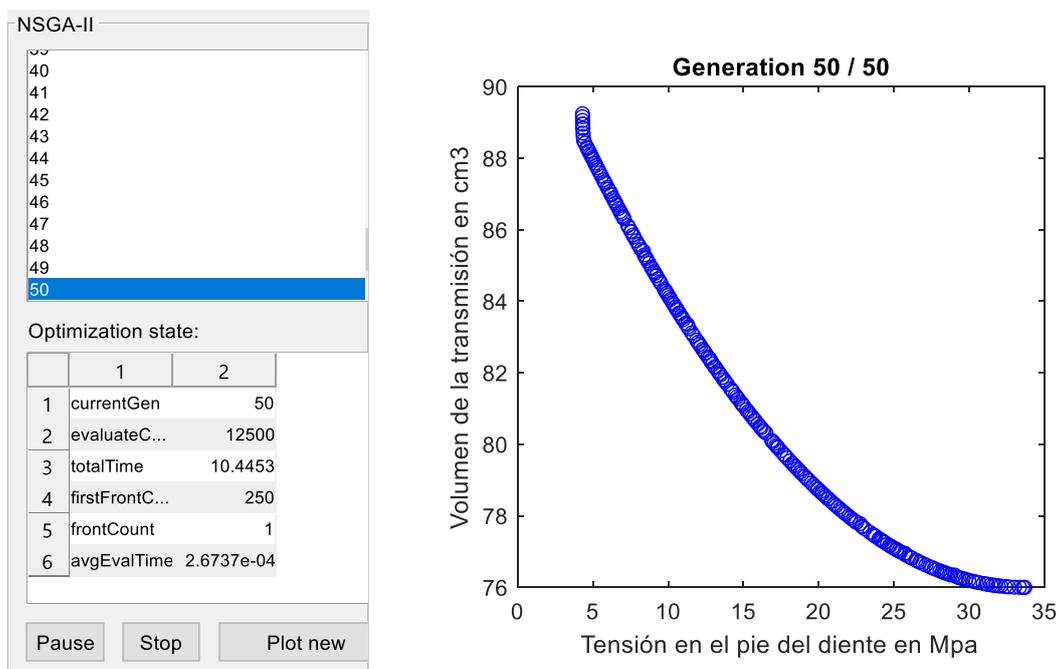


Fig. 5. Frente de Pareto del volumen de la transmisión y tensión en el pie del diente del piñón. Fuente: NSGA II

En la figura 5 se puede apreciar que inevitablemente si se desea disminuir las tensiones en el pie del diente, es necesario aumentar el volumen de la transmisión, teniéndose que llegar a un compromiso ingenieril entre las tensiones en el pie del diente del piñón y el volumen de la transmisión. El frente de Pareto permite que el diseñador distinga en la medida que lo desee priorizar cualquiera de las dos funciones (valores dentro de la

curva). El frente de Pareto representa las soluciones “no dominadas”, cualquier solución de tensión o de volumen fuera de la curva no es óptima.

En la tabla 4 se muestran los resultados numéricos del proceso de optimización de la misma forma y en la misma secuencia en que fueron inferidos por el software. El diseñador seleccionará el valor que desee dentro de ellos según el objetivo que quiera priorizar, en este caso sería el volumen de la transmisión o las tensiones en el pie del diente de la transmisión.

Tabla 4. Valores óptimos de las funciones objetivo tensiones en el pie del diente y volumen de la transmisión en función del coeficiente de corrección y la asimetría. Fuente. autores

Coeficiente de Corrección	Coeficiente de Asimetría	Tensión den el pie del diente (MPa)	Volumen de la transmisión (cm ³)
0,02	1,18	11,92	203,06
0,12	1,10	11,15	199,87
0,14	1,10	10,98	199,94
0,24	1,11	10,10	201,30
0,30	1,29	9,84	210,18
0,32	1,24	9,57	208,31
0,35	1,28	9,48	210,30
0,36	1,21	9,18	207,16
0,46	1,31	8,71	214,02
0,48	1,34	8,72	215,82
0,53	1,00	7,78	201,14
0,54	1,27	7,87	213,6
0,60	1,09	7,10	206,12
0,71	1,23	6,41	215,51
0,72	1,00	6,13	205,75
0,89	1,16	4,69	218,15
0,98	1,17	4,01	221,70
1,02	1,01	3,52	216,75
1,03	1,07	3,44	219,42
1,13	1,08	2,57	224,23

Los frentes de Pareto obtenidos permiten al diseñador la selección de un óptimo en las funciones, de acuerdo a la función objetivo que quiera priorizar. El frente de Pareto representa las soluciones “no dominadas”, cualquier solución fuera de la curva no es óptima.

Se demostró la factibilidad de la aplicación del NSGAI a la optimización de engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos, por su fácil adaptación a modelos matemáticos complejos.

Como trabajos futuros se podría probar el algoritmo NSGAI para otras funciones objetivos lo que permitiría corroborar su eficiencia computacional en otros tipos de situaciones prácticas vinculadas a engranajes cilíndricos.

Conclusiones

Fue realizada la optimización multiobjetivo de los engranajes cilíndricos de dientes rectos asimétricos usando el NSGA-II para tres pares de funciones objetivo. Se obtuvieron los valores óptimos para el índice de robustez y las tensiones en el pie del diente para una corrección máxima de 1.25 y coeficiente de asimetría máximo de 1.35.

Se observó que para aumentar el índice de robustez, debe aumentar el volumen de la transmisión; para disminuir la tensión en el pie del diente se debe aumentar el volumen de transmisión. El diseñador deberá seleccionar la medida que desea priorizar, en función de las exigencias técnicas y las restricciones.

Referencias

1. Kumar VS, Muni D. Muthuveerappan, G. Optimization of asymmetric spur gear drives to improve the bending load capacity. *Mechanism and Machine Theory*. 2008;43(7):829-58. DOI 10.1016/j.mechmachtheory.2007.06.006.
2. Mohank YM, Seshaiha T. Spur gear optimization by using genetic algorithm. *International Journal of Engineering Research and Applications*. 2012;2(1):311-8.
3. Marjanovic N, Isailovic B, Marjanovic V, et.al. A practical approach to the optimization of gear trains with spur gears. *Mechanism and Machine Theory*. 2012;53:1-16. DOI 10.1016/j.mechmachtheory.2012.02.004.
4. Gupta A. Design Optimization of the Spur Gear Set. *International Journal of Engineering Research & Technology*. 2014;3(9). DOI 10.1007/s40430-018-1180-y.
5. Godwin-Raja-Ebenezer N, Ramabalan S, Navaneethasanthakumar S. Practical Optimal Design on Two Stage Spur Gears Train Using Nature Inspired Algorithms. *International Journal of Engineering and Advanced Technology*. 2019;8(6):4073-81. DOI 10.35940/ijeat.F8638.088619.
6. Sanghvi RC, Vashi AS, Patolia HP, et. al. Multi-Objective Optimization of Two-Stage Helical Gear Train Using NSGA-II. *Journal of Optimization*. 2014;1-8. DOI 10.1155/2014/670297.

7. Patil M, Ramkumar P, Shankar K. Multi-objective optimization of the two-stage helical gearbox with tribological constraints. *Mechanism and Machine Theory*. 2017;138:38-57. DOI 10.1016/j.mechmachtheory.2019.03.037.
8. Qizhi Y. Multi-objective optimization design of spur gear based on NSGA-II and decision making. *Advances in Mechanical Engineering*. 2019;11(3):1-8. DOI 10.1177/1687814018824936.
9. Tacle Humanante PM, Moya Rodríguez JL, Marty Delgado JR. El índice de Robustez como parámetro para evaluar el comportamiento de las transmisiones por engranajes cilíndricos de dientes rectos. *Ingeniería Mecánica*. 2019;22(1):57-66.
10. Zhang Y, Pursell C, Mao K, et. al. A physical investigation of wear and thermal characteristics of 3D printed nylon spur gears. *Tribology International*. 2020;141. DOI 10.1016/j.triboint.2019.105953.
11. Tacle-Humanante P. M., Moya-Rodríguez J. L., Marty-Delgado J. R. Modificaciones de la matriz de contradicciones para el diseño de engranajes cilíndricos de dientes rectos de material plástico. *Centro Azúcar*. 2019;46(1):86-96.
12. Miler D, Lončar A, Žeželj D, et. al. Influence of profile shift on the spur gear pair optimization. *Mechanism and Machine Theory*. 2017;117:189-97. DOI 10.1016/j.mechmachtheory.2017.07.001.
13. Çağrı U, Necdet G. Intelligent use of ISO and AGMA gear standards for cost effective spur gear design. *Journal of Engineering Sciences and Design*. 2017;5(3):643-55. DOI10.21923/jesd.325429.
14. Ransagnola T, Zhao X, Vacca A. A comparison of helical and spur external gear machines for fluid power applications: Design and optimization. *Mechanism and Machine Theory*. 2019;142. DOI 10.1016/j.mechmachtheory.

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses

Contribución de los autores

Jorge Laureano Moya Rodríguez. <https://orcid.org/0000-0003-0541-0191>

Participó en la obtención de datos. Trabajó en el procesamiento de los datos recogidos para el estudio. Realizó contribuciones en el análisis e interpretación de los datos. Participó en la búsqueda de información, en el diseño de la investigación, en la recolección de los datos, análisis de los resultados y en la revisión y redacción del informe final.

José Roberto Marty Delgado. <https://orcid.org/0000-0002-7942-8266>

Trabajó en el procesamiento de los datos recogidos para el estudio. Realizó contribuciones en el análisis e interpretación de los datos. Participó en la búsqueda de información, en el diseño de la investigación, análisis de los resultados y en la revisión y redacción del informe final.

Paul Marcelo Tacle Humanante. <https://orcid.org/0000-0002-7850-6146>

Participó en la obtención de datos. Trabajó en el procesamiento de los datos recogidos para el estudio. Realizó contribuciones en el análisis e interpretación de los datos. Participó en la búsqueda de información, en el diseño de la investigación, en la recolección de los datos, análisis de los resultados y en la revisión y redacción del informe final.