

Modelos de materiales hiperelásticos para el análisis de los elastómeros usando el MEF

R.A. González Carbonell, E. Álvarez García, J. L. Moya Rodríguez, K. Abreu González

Recibido el 14 de enero de 2009; aceptado el 12 de junio de 2009

Resumen

El presente trabajo está relacionado con los modelos de materiales usados por los programas de Elementos Finitos para predecir el comportamiento de las tensiones y deformaciones de los materiales hiperelásticos. Se mencionan los ensayos mecánicos que se necesitan para describir el comportamiento de estos Modelos. Se muestra el comportamiento de las curvas de tensión-deformación durante la aplicación de cargas repetidas. Finalmente se explica cómo determinar los valores de las constantes del modelo hiperelástico.

Palabras claves: modelos hiperelásticos, elastómeros, ensayo uniaxial, ensayo biaxial.

Hyperelastic material models for the analysis of elastomers by using FEM.

Abstract

This researching deals with the material models used by Finite Elements software to predict the behavior of the stress and strain of hyperelastic materials. The mechanical test needed to describe the behavior of these materials is mentioned. Here shown are the stress-strain curves' behaviors during the application of repetitive loads. Finally, this is explaining how to determine the values of hyperelastic model constants.

Key words: hyperelastic models, elastomers, uniaxial test, biaxial test.

1. Introducción.

El Método de Elementos Finitos constituye hoy en día el procedimiento habitual de cálculo en Mecánica Estructural y Mecánica de Sólidos en general.

Un aspecto importante del momento actual es la integración del cálculo por elementos finitos con otras ramas de lo que se ha dado en llamar Ingeniería Asistida por Computadoras (Computer Aided Engineering - CAE). Beltrán [1] plantea que en la actualidad es normal la integración del cálculo por elementos finitos (Finite Element Analysis - FEA) y el Diseño Asistido por Computadoras (Computer Aided Design - CAD), con el objetivo, siempre, de reducir los tiempos de proyecto o de puesta de producto en el mercado.

Según la Revista Robotiker on-line [2], cuando no se contaba con esta herramienta se hacía necesario la fabricación de prototipos, ensayarlos e ir realizando mejoras de forma iterativa, lo que traía consigo un elevado coste tanto económico como en tiempo de desarrollo.

La mayoría de los análisis por Elementos Finitos que se realizan se basan en la solución de problemas estáticos, donde el valor de la carga no varía en función del tiempo y existe una relación lineal entre la fuerza y la deformación (Ley de Hooke).

Sin embargo no todos los modelos cumplen con las condiciones antes mencionadas, estos modelos son conocidos como no lineales.

A diferencia de lo que ocurre en los metales, que requieren relativamente pocas propiedades para caracterizar su comportamiento, el tratamiento del caucho es muy complejo. Esto es porque estamos ante un tipo de problema no lineal de geometría y de material. [3, 4]

Teorías que caracterizan los modelos hiperelásticos de material.

La goma es un material capaz de deformarse varias veces su forma original y al cesar la acción de la fuerza que ha provocado dicha deformación recupera la forma original, por esta razón son conocidos como elastómeros. Este tipo de material se ha difundido en diversas aplicaciones, dentro de las más difundidas se encuentran los

neumáticos, calzado, mangueras, sellos y otros elementos de máquinas.

Para caracterizar el comportamiento mecánico de materiales elastoméricos se han desarrollado múltiples modelos teóricos (Mooney-Rivlin, Ogden, Yeoh, etc.), los cuales se basan en el estudio de geometrías y solicitaciones sencillas (compresión uniaxial, tracción uniaxial, cortante, etc.). No obstante se está trabajando para la normalización de los ensayos que describen estas solicitudes de carga, y se han sustituido algunos de estos por otros más exactos, como es el caso de la solicitud biaxial, en sustitución de los ensayos a compresión debido a que se obtiene un estado tensional puro para tensiones de compresión.

A continuación se brindan las ecuaciones para los diferentes modelos hiperelásticos.

En el artículo de la Revista Robotiker [3] aparece que Rivlin, 1990, propuso que la función de densidad de energía de deformación (W) se podía expresar como un polinomio de:

Los alargamientos principales

$$W = W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (1)$$

Las invariantes de deformación

$$W = W(I_1, I_2, I_3) \quad (2)$$

Donde:

$$\lambda = \frac{L}{L_0} = \frac{L_0 + u}{L_0} = 1 + \frac{u}{L_0} ;$$

Alargamiento principal, relación entre la longitud del elemento deformado y la longitud inicial para cada una de las direcciones principales.

Invariantes de deformación.

$$I_1 = (\lambda_1)^2 + (\lambda_2)^2 + (\lambda_3)^2 \quad (3)$$

$$I_2 = (\lambda_1 \cdot \lambda_2)^2 + (\lambda_2 \cdot \lambda_3)^2 + (\lambda_3 \cdot \lambda_1)^2 \quad (4)$$

$$I_3 = (\lambda_1 \cdot \lambda_2 \cdot \lambda_3)^2 \quad (5)$$

Para materiales incompresibles $I_3 = 1$

Partiendo de la proposición realizada por Rivlin, se llegó a la función de densidad de energía de deformación que mostramos a continuación:

$$W = \sum_{i+j=1}^N c_{ij} \cdot (I_1^c - 3)^i \cdot (I_2^c - 3)^j + \sum_i^N \frac{1}{D_i} \cdot (J^c - 1 - R)^{2i} \quad (6)$$

Donde:

C_{ij} : Coeficiente de Rivlin

D_i : Coeficiente que define la compresibilidad del material

R : Coeficiente que define la expansión volumétrica con cambio de temperatura

$$I_1^c = (\lambda_1^c)^2 + (\lambda_2^c)^2 + (\lambda_3^c)^2 \quad (7)$$

$$I_2^c = (\lambda_1^c \cdot \lambda_2^c)^2 + (\lambda_2^c \cdot \lambda_3^c)^2 + (\lambda_3^c \cdot \lambda_1^c)^2 \quad (8)$$

$$J^c = (\lambda_1^c \cdot \lambda_2^c \cdot \lambda_3^c)^2 \quad (9)$$

Como la expresión dada anteriormente de Rivlin es muy compleja de aplicar, sucesivos investigadores fueron desarrollando casos particulares de dicha expresión y que posteriormente han sido implementados en los diferentes programas de elementos finitos.

Modelo de Mooney-Rivlin.

Es un modelo basado en los invariantes de deformación y tiene como expresión general:

$$W = \sum_{i+j=1}^N C_{ij} (I_1 - 3)^i (I_2 - 3)^j \quad (10)$$

A partir de este modelo se han obtenido las diferentes expresiones de la función de densidad de energía de deformación conocidas como **Neo-Hookean, James-Green-Simpson, Signiorini, Yeoh, Peng, Peng-Landel**. Revista *Robotiker* [3]

Si se utiliza únicamente el primer término de la ecuación de *Mooney-Rivlin*, se obtiene el modelo **Neo-Hookean** que cumple la ecuación:

$$W = C_{10} (I_1 - 3)$$

En 1940, Mooney dedujo la ecuación denominada hoy en día **Mooney-Rivlin de primer orden o de dos constantes**, que presenta la forma:

$$W = C_{10} (I_1 - 3) + C_{01} (I_2 - 3) \quad (11)$$

El mismo muestra buenos resultados para ensayos tensionales con valores de deformación superior al 10%, pero resulta inadecuado en la descripción de la deformación por compresión. No obstante este modelo falla para materiales sometidos a grandes deformaciones 60%. [39]

Ambos modelos presentan la característica de que son aplicados para pequeñas deformaciones y por tanto podemos tratar la curva esfuerzo-deformación con términos de la elasticidad clásica, es decir, módulo de Young (E) y módulo de cortante (G) donde:

$$E = (C_{10} + C_{01}) \cong 3 \cdot G \quad (12)$$

Posteriormente sucesivos investigadores como James-Green-Simpson desarrollaron la ecuación general de Rivlin con un alto número de constantes, y como resultado nació el modelo conocido como **Mooney-Rivlin de segundo orden (5 constantes)**, de ecuación:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{01}(I_2 - 3) + C_{11}(I_1 - 3)(I_2 - 3) + C_{20}(I_1 - 3)^2 + C_{30}(I_1 - 3) \quad (13)$$

Según el artículo técnico de *Axel Product, Inc* [4] este modelo describe un módulo de cortante no lineal, con un valor no constante.

Puede ser utilizado hasta un mayor grado de deformación por incorporar un punto de inflexión en la curva de esfuerzo-deformación.

Trabajos investigativos realizados por Duncan y Crocker [6, 7, 8, 9] demuestran que cuando se trabaja con cauchos de durezas bajas (<55Sh A) se observa que a deformaciones hasta el 30 % el modelo Mooney-Rivlin de cinco constantes o alguna de sus variantes reproducen bien el ensayo, pero si se aumenta el grado de deformación hasta un 60 % ninguna de las variantes da resultados coherentes.

Sin embargo al aumentar la dureza del caucho, el modelo Mooney-Rivlin se ajusta mejor al resultado experimental si el número de constantes calculadas se incrementa, aunque el tiempo utilizado para realizar el ajuste y la posterior simulación del ensayo de compresión se incrementa con el número de constantes.

Yeoh desarrolló un nuevo modelo basado en las invariantes cúbicas y propuso como ecuación de densidad de energía de deformación la siguiente forma:

$$W = C_{10}(I_1 - 3) + C_{20}(I_1 - 3) + C_{30}(I_1 - 3) \quad (14)$$

Este modelo presenta la característica que el módulo de cortante varía con la deformación, solo depende de la primera invariante de deformación. Yeoh estableció la ecuación cúbica para predecir el comportamiento esfuerzo-deformación en diferentes modos de deformación pero sobre todo en piezas con gran influencia de cortante como es el caso de los neumáticos. Según el manual del Cosmos DesignStar [10] este modelo no se ajusta adecuadamente para problemas que involucran bajas deformaciones.

Modelo de Ogden.

Es un modelo basado en las deformaciones principales, su expresión general es:

$$W = \sum_{n=1}^N \frac{\mu_n}{\alpha_n} (\lambda_1^{\alpha_n} + \lambda_2^{\alpha_n} + \lambda_3^{\alpha_n} - 3) \quad (15)$$

Donde α_n , μ_n y β_n son las constantes de ajuste del material y el segundo término representa cambios volumétricos.

Según resultados obtenidos por Orden [11], el modelo es aplicable para cualquier tipo de dureza, y es el que proporciona ajustes con un menor error en comportamientos de elastómeros sometidos a grandes grados de deformación.

Este modelo con $n = 2$ proporciona una buena correspondencia para los casos de tensiones uniaxiales y equibiaxiales.

Estos modelos han sido implementados en programas de cálculo por elementos finitos que permiten poder realizar el estudio y la optimización de una pieza, sin necesidad de llegar a fabricar un prototipo real. Además son capaces de determinar las constantes de las propiedades mecánicas de los materiales a partir de los ensayos experimentales.

Según las investigaciones realizadas por Duncan, Crocker y Uthuppan [6, 7, 8, 9, 12] arrojaron a las siguientes conclusiones:

- El modelo de Ogden requiere mayor tiempo de cálculo al tratarse de una función exponencial respecto al modelo Mooney-Rivlin, que es una función polinómica.
- La determinación de los valores de las constantes Mooney-Rivlin a partir de ensayos experimentales resulta más fácil que las constantes Ogden.
- La ecuación de la energía potencial de deformación del modelo Mooney-Rivlin es considerada la ley constitutiva más usada en el análisis tensional de los elastómeros.

Ensayos realizados a los elastómeros para caracterizar los modelos hiperelásticos.

El manual del Cosmos/M [13] sugiere que la representación más exacta de las propiedades hiperelásticas de los elastómeros se obtendrá si los coeficientes de entrada (M-R y Ogden) son determinados a través de la combinación de ensayos mecánicos en múltiples estados tensionales. Se necesitan del comportamiento del material bajo tensiones de tracción y compresión. Si es posible las tensiones de cortante puro también. Aunque Ogden [12] plantea que con datos de ensayos uniaxiales y biaxiales se obtienen buenos resultados para deformaciones por debajo del 600%.

Cuando se realicen los ensayos a tracción, se debe obtener un estado tensional puro, y que las tensiones debido a la compresión y cortante sean mínimas. (se logra haciendo que la longitud de la probeta sea mucho mayor que el ancho y el espesor, al menos 10 veces). De forma similar, los ensayos a compresión deben estar libres de tensiones de tracción y cortante, la probeta debe estar bajo compresión pura.

Los **ensayos de tracción uniaxial** determinan las propiedades del material bajo la tensión plana. Se especifican varios métodos de ensayos de tracción normados para cauchos.

La probeta según ISO 37:1994 [14] tiene forma de hueso, esto proporciona una distribución uniforme de las tensiones en la zona central de la probeta, donde se alcanzan los mayores valores. De esta forma la probeta se extiende y falla para condiciones bien definidas.

El rasgo importante del **Ensayo a Cortante Puro** es que, a diferencia del ensayo uniaxial convencional, no hay tensiones laterales. Experimentalmente esto se logra usando las probetas con una relación largo/ancho alta. Estudios experimentales realizados por Duncan [8, 9] con probetas de 200 mm de ancho x 60 mm de largo agarradas a longitudes diferentes no han mostrado alteración en las curvas tensión-tensión para relaciones longitud/ancho de cuatro y diez. La longitud de ensayo de 40 mm, con una relación de 5, es la medida para el ensayo más conveniente. Así, la probeta es ensayada en condiciones de cortante

puro en lugar del estado de tensional plano que caracteriza la prueba de tracción uniaxial.

Miller [15] en su trabajo sobre ensayos a elastómeros plantea que el **Ensayo a Compresión** es comúnmente conocido, pero tiene como inconveniente que los estados tensionales de compresión puro no se logran debido a la fricción que surge entre la probeta y la máquina debido a que la probeta no se desplaza libremente a través de la superficie de las platinas durante el proceso de compresión. Inclusive para valores pequeños del coeficiente de fricción causan valores sustanciales de deformaciones transversales que alteran el valor de las deformaciones por compresión.

Sin embargo el **Ensayo Equi-biaxial** para compresión es el método principal para ensayos a compresión. Para materiales incompresibles o con un comportamiento prácticamente incompresible, la extensión equi-biaxial de la probeta provoca un estado tensional equivalente al de compresión puro. Este tipo de ensayo es más complejo que el ensayo a compresión, sin embargo el estado tensional puro puede lograrse en modelos de materiales más exactos.

La probeta en forma de disco es tirada radialmente en todas las direcciones. Esto provoca que las superficies libres se acerquen y para materiales incompresibles, el estado tensional es el mismo que el de la compresión simple sin fricción.

Las máquinas para este tipo de ensayo son raras en laboratorios de ensayos mecánicos debido a que son muy caras. Se han desarrollado algunos dispositivos para poder llevar a cabo este tipo de ensayo en máquinas de ensayo a tracción.

Duncan y Crocker [6, 7, 8, 9] plantean como alternativa para la realización de esta prueba el **Ensayo Biaxial**. Se logra tirando de la probeta simultáneamente en dos direcciones. Se utiliza un dispositivo formado por brazos pivotes que garantizan el movimiento cruzado de la máquina en la extensión de la probeta en un ángulo de 45 respecto al ángulo de tracción de la máquina. Se miden la carga que se aplica en el eje de la máquina y las deformaciones que esta provoca.

La probeta es de forma cuadrada con 45 mm de lado y 2 mm de espesor.

Miller [15] recomienda que la probeta para el ensayo biaxial se puede cortarse de la misma lámina del material que se utilizó para la probeta del ensayo a tracción, sin embargo la probeta que se utiliza en los ensayos a compresión necesita ser moldeada. El hecho de utilizar probetas de la misma lámina posibilita obtener propiedades homogéneas para el material y por consiguiente puede desarrollarse un conjunto de datos consistente.

Comportamiento de las curvas de tensión-deformación durante la aplicación de cargas repetidas.

El comportamiento de la curva tensión-deformación de los cauchos deformados tiene una fuerte dependencia con el último valor de la carga aplicada. Este fenómeno es conocido como efecto de Mullins. Paige [16] en su artículo plantea que Mullins estudió la variación que experimenta la curva tensión-deformación del caucho bajo la acción de cargas cíclicas. Para la primera vez de aplicación de la carga, él notó que el material muestra cierta rigidez, sin embargo cuando se descarga y carga nuevamente, disminuye la misma. Luego de repetir el ciclo de carga varias veces el material estabilizaba el comportamiento y sigue la misma trayectoria de la curva tensión-deformación. Si el valor de la carga no excede el valor de la carga aplicada no se va a afectar la relación tensión-deformación.

En los trabajos realizados por Paige, Day y Morelo [16, 17, 18] se muestran las limitaciones que presentan los modelos de material hiperelásticos debido al comportamiento de los elastómeros bajo la acción de cargas repetitivas, las cuales se mencionan a continuación.

- La relación que existe entre la tensión-deformación es estable, no cambia bajo la repetición de la carga. No existe diferencia entre el modelo de material de la primera deformación y la 100.
- No se prevé alternar la descripción de la tensión-deformación en modelos de material

basados en experimentos de deformaciones máximas.

- La relación tensión deformación es completamente reversible, se utiliza la misma ecuación para el incremento y la disminución de las deformaciones. La carga y descarga de la pieza durante el análisis es lo mismo.
- Los modelos consideran que el material es perfectamente elástico, no tienen en cuenta las deformaciones permanentes. Para una tensión igual a cero, la deformación será siempre cero.

Debido a estas limitaciones, para el análisis de una pieza debemos tener en cuenta que lo que define los resultados son los datos de entrada según el caso. Por ejemplo, si se va a analizar la primera vez que se deformará la pieza, entonces se debe utilizar la primera curva tensión-deformación, sin embargo, para el caso de una pieza que se analizará para condiciones de explotación donde se producen repetidas deformaciones, entonces se empleará la curva tensión-deformación estabilizada.

Una vez que conocemos la relación tensión-deformación para los estados tensionales de tracción (uniaxial), compresión (biaxial o equibiaxial) y de cortante puro, introducimos los datos en el programa de Elementos Finitos para determinar los valores de las constantes de los modelos hiperelásticos.

Pasos para la determinación de las constantes de los modelos hiperelásticos en el software COSMOS/M.

Como regla general en los softwares de elementos finitos se siguen los siguientes pasos.

- Creación del modelo geométrico de la estructura o pieza a analizar.
- Definición del esquema de carga y restricciones.
- Definición de las propiedades mecánicas del material a utilizar.
- Generación de la malla de elementos finitos.
- Realización del análisis o cálculo.
- Visualización y análisis de los resultados.

Como lo que se pretende en este trabajo es determinar las constantes de los modelos hiperelásticos, se tomara como base una geometría sencilla, la cual no consuma mucho tiempo. Para este propósito, se considerará un elemento en el plano (2D) con dimensiones iguales a la unidad.

A continuación se muestra un ejemplo de la determinación de las constantes de los modelos hiperelásticos, específicamente para el modelo Mooney-Rivlin. Este ejemplo es general para todos los casos, solo hay que cambiar los datos en el fichero con la información de los datos experimentales de extensión .XCR y el valor de la carga a aplicar. Es importante aclarar que el nombre el fichero XCR debe ser el mismo que nombre del problema con extensión GEN.

Se muestran los comandos usados en la consola y la ruta por ventanas.

SF4CORD (Geometry > Surface > Darw w/4 Coord)

C* Genera una superficie a partir de 4 coordenadas

(x, y, z) Las coordenadas serán (0, 0, 0)

(1, 0, 0) (1, 1, 0) (0, 1, 0), la unidad de medida es mm

SF4CORD, 1, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 0, 1, 0

M_SR (Meshing > Parametric_Mesh > Surface)

C* Mallado de la superficie, con elementos de 4 nodos y 2 elementos en la dirección X y Y

M_SR, 1, 1, 1, 4, 2, 2, 1, 1

EGROUP (MatProp > Element_Group > PLANE2D)

C* Se define el tipo de elemento finito, en este caso un elemento plano 2D, se debe especificar el modelo de material que se empleará (M-R u Ogden), como estamos en presencia de un análisis no lineal se debe seleccionar Total Lagrangian Formulation.

EGROUP,1,PLANE2D,0,1,2,0,3,2,0,0

MPROP (MatProp > Material_Prop > NUXY)

C* Se define el coeficiente de poisson, como el material es prácticamente incompresible $\nu = 0.499$

MPROP,1,NUXY,.499

DCR (LoadsBC > Structural > Displacement > Define by Curves)

C* Restricción al movimiento en X y Y

DCR,1,UX,0,1,1,UY

CURDEF (LoadsBC > Function Curves > Time/Temp Curves)

C* Define las curvas de tiempo, comportamiento de las cargas en un intervalo de tiempo, en el primer estado, la carga será cero en el tiempo cero, y en el segundo estado, al transcurrir un segundo, el coeficiente será uno.

CURDEF,TIME,1,1,0,0,1,1

PCR (LoadsBC > Structural > Pressure > Define by Curves)

C* Se aplica el valor de la presión en la dirección del eje Y, la unidad de medida es N/mm^2

PCR,2,1.25,2,1,1.25,2

MPCTYPE (LoadsBC > FUNCTION CURVE > Material Curve Type)

C* Define el tipo de curva de material que se utilizará. 2 = Money-Rivlin, 3 = Odgen

C* El código decimal IJK define los tipos de curvas que se tienen de datos. I = para ensayo uniaxial, J = Cortante Puro y K = biaxial, .ej: *101 indica que esta presente el ensayo uniaxial y el biaxial.*

C* El último término indica la cantidad de constantes a determinar. Para el modelo Mooney-Rivlin = 2(lineal), or 5(cuadratico), y 6(cubico) for model, Para Odgen = 1 to 4.

MPCTYP,1,2,100,5

MPC (LoadsBC > FUNCTION CURVE > Material Curve).

C* Los datos experimentales obtenidos de los ensayos antes señalados, se podrán introducir directamente en la caja de dialogo que muestra el programa o a través de un fichero editado con Wordpad, al cual se le cambiara la extensión de .txt a .XCR, *ejemplo rubber.txt a rubber.XCR*

C* Es importante señalar que los datos tienen correspondencia entre ellos, es por eso que se debe tener cuidado al introducirlos. Los valores de tensiones deben ser introducidos en orden ascendente, cuando se introduce un valor de tensión y elongación menor que el anterior, el programa asumirá que estos corresponden a otra curva.

C* La estructura del fichero generado en el Wordpad está compuesto por dos columnas, en la primera se pondrá en orden siempre ascendente el valor de la elongación o alargamiento y en la segunda columna el valor de las tensiones. En la primera fila, el número de la columna izquierda indica la cantidad de filas de datos de tensiones y elongaciones, y el número de la columna derecha siempre será 1.

Ejemplo de los datos de un fichero con extensión .XCR. Estos datos corresponden a la curva de tracción uniaxial de un elastómero desarrollado por el Grupo de Investigaciones de Tribología de la UCLV.

Los valores de tensiones están en N/mm².

```

9      1
1      0
1.2    1.8
1.4    3
1.6    3.5
2.0    4
2.5    4.5
3.0    5.5
3.5    6.5
4.0    7.4
    
```

MPC,1,0,0,RUBBER.XCR

TIMES (LoadsBC > Load_Options > Time Parameters)

TIMES,0,0.8,0.008

PRINT_OPS (Analysis > Output_Options > Set Print Options)

PRINT_OPS,1,0,0,1,0,1,0,0,0,0

STRAIN_OUT (Analysis > Output_Options > Set Stain Output)

STRAIN_OUT,1,1,0,0,0,1

R_NONLINEAR (Analysis > Nonlinear > Run NonL Analysis)

C* Una vez finalizado el cálculo, se abre el fichero con extensión .OUT y en el mismo aparece la información de las constantes hiperelásticas. Se puede acceder al mismo dando clic derecho sobre el mismo y abrir con Wordpad, o desde el mismo programa con la ruta (File > Edit a file)

A continuación se muestra la información extraída del fichero .OUT, la unidad de medida de las constantes es N/mm²

Material Property Set 1

5-term approximation

Term number	Mooney_Rivlin constant	Estos son los valores de las constantes del modelo hiperelástico U/M [MPa]
1	5.28450	
2	-3.76667	
3	1.11687	
4	-.167071	
5	-3.28570	

Strain	Stress	
Data in Uniaxial	Theory	
0.1000E+01	0.0000E+00	0.0000E+00
0.1200E+01	0.1800E+01	0.1817E+01
0.1400E+01	0.3000E+01	0.2962E+01
0.1600E+01	0.3500E+01	0.3529E+01
0.2000E+01	0.4000E+01	0.3985E+01
0.2500E+01	0.4500E+01	0.4533E+01
0.3000E+01	0.5500E+01	0.5449E+01
0.3500E+01	0.6500E+01	0.6535E+01
0.4000E+01	0.7400E+01	0.7391E+01

Stress Error = 0.8785E-01

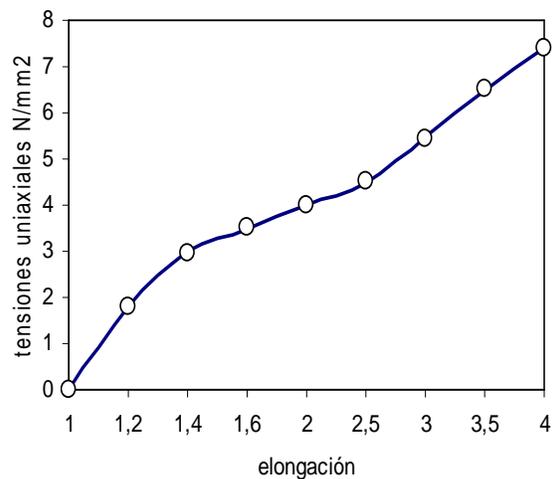


Figura 1. Curva tensión elongación del material hiperelástico. La línea corresponde a los valores experimentales y los puntos al modelo teórico.

2. Conclusiones.

El modelo de material hiperelástico Money-Rivlin ajusta bien el comportamiento de las tensiones respecto a la elongación para el ensayo uniaxial.

Para el análisis de una pieza debemos tener en cuenta que lo que define los resultados son los datos de entrada según el caso. Comúnmente se analizan piezas para condiciones de explotación donde se producen repetidas deformaciones, por lo que se empleará la curva tensión-deformación estabilizada.

La bibliografía recomienda que para mayor exactitud en la determinación de las constantes se deben emplear los otros ensayos mencionados en el cuerpo del artículo, pero la finalidad de este trabajo es que los diseñadores de elementos de goma cuenten con una herramienta para la determinación de las constantes hiperelásticas.

3. Referencias.

1. **BELTRÁN, F.** *Teoría general del Método de los Elementos Finitos* [en línea]. Collado-Villalba, [Consultado el: enero de 2004]. Disponible en: <http://www.idom.es/ada/Download/TeoriaMEF.pdf>
2. *Diseño de componentes elastoméricos por método de los elementos finitos.* [en línea]. Revista Robotiker, [Consultado el: diciembre de 2003]. Disponible en: <http://revista.robotiker.com/articulos/articulo12>
3. "Fundamentos teóricos del comportamiento mecánico del caucho". *Revista Robotiker.* [en línea]. 2003, [Consultado el: enero 2004]. Disponible en: <http://revista.robotiker.com/articulos/articulo12/pagina2.jsp>
4. *Nonlinear Finite Element Analysis of Elastomers.* [en línea]. MSC. Software Corporation, Axcel Product, Inc, [Consultado el: abril de 2006]. Disponible en: http://www.axelproducts.com/downloads/MARC_FEA_ELASTOMERS_2000.pdf
5. **GONZÁLEZ, R. A.** *5. Diseño del tacón de torque empleado en el tratamiento del síndrome torsional de la tibia y desarrollo del material elastomérico para la fabricación del mismo.* Tesis de Maestría, Universidad de Las Villas, Villaclara. Cuba. 2007.
6. **DUNCAN, B.** *Characterisation of Flexible Adhesives for Design* [en línea]. Crown Copyright: NPL Materials Centre of Teddington, [Consultado el: abril de 2006]. Disponible en: http://www.npl.co.uk/adhesives/documents/gpg_45.pdf
7. **DUNCAN, B.** *Test methods for determining hyperelastic properties of flexible adhesives* [en línea]. Crown Copyright: NPL Materials Centre of Teddington, [Consultado el: abril de 2006]. Disponible en: http://www.npl.co.uk/adhesives/documents/cmmt_mn_54.pdf
8. **CROCKER, L. E.** *The application of rubber material models to analyse flexible adhesive joints* [en línea]. Crown Copyright: NPL Materials Centre of Teddington, [Consultado el: abril de 2006]. Disponible en: http://www.npl.co.uk/adhesives/documents/Add99_rubber_paper.pdf
9. **CROCKER, L. E.** *Hyperelastic Modelling of Flexible Adhesives* [en línea]. Crown Copyright: NPL Materials Centre of Teddington, [Consultado el: abril de 2006]. Disponible en: http://www.npl.co.uk/adhesives/documents/cmmt_a_183.pdf
10. *COSMOS DesignStar Nonlinear User's Guide. Version 3.0.* USA: SRAC, 2003.
11. **OGDEN, R. W.** "Fitting hyperelastic models to experimental data". *Computational Mechanics.* 2004. vol. 34, p. 484-502.
12. **UTHUPPAN, P.** *Hyperelastic Material Testing. COSMOS DesignStar User.* Group Meeting, September 30, 2003.
13. *COSMOS/M 2.85 Advanced Modules (NSTAR) Nonlinear User's Guide.* USA: SRAC, 2003.
14. **ISO.** *Rubber, vulcanised or thermoplastic – Determination of tensile stress-strain properties.* ISO 37, 1994.

15. **MILLER, K.** *Testing Elastomers for Hyperelastic Material Models in Finite Element Analysis* [en línea]. Axel Product, Inc, [Consultado el: abril de 2006]. Disponible en: <http://www.axelproducts.com/downloads/BiaxialExtension.pdf>
16. **PAIGE, R. E.** *Implications of the Mullins Effect on the Stiffness of a Pre-loaded Rubber Component* [en línea]. Cooper Tire & Rubber Company, [Consultado el: abril de 2006]. Disponible en: <http://www.axelproducts.com/downloads/PaigeMars.pdf>
17. **DAY, J. R.** Equibiaxial Stretching of Elastomeric Sheets, An Analytical Verification of Experimental Technique. En *ABAQUS 2000 User's Conference Proceedings*. Newport, Rhode Island. May 30 - June 2, 2000.
18. **MOLERO, B.** Determinación Automática de Constantes Mooney-Rivlin a partir de Datos de EnsayoIII. En *Conferencia Usuarios COSMOS™ 2000*. España. 2000.

R.A. González Carbonell¹, E. Álvarez García², J. L. Moya Rodríguez², K. Abreu González²

1. Universidad "Ignacio Agramonte" de Camagüey. Carretera Circunvalación Norte Km 5.5. CP: 74650. Camagüey. Cuba.

E-mail: raide.gonzalez@reduc.edu.cu

2. Universidad Central "Martha Abreu". Las Villas. Carretera a Camajuaní, Km 5.5. Santa Clara. Villa Clara. Cuba

E-mail: ealvarez@uclv.edu.cu, jorgemr@uclv.edu.cu, kireniaag@uclv.edu.cu