



Optimización del diseño geométrico de un robot tipo delta mediante el método de entropía cruzada

Optimisation of the geometrical design of a delta-type robot using the cross-entropy method

Dayron Borroto Montesino¹ , Teresa Pérez Sosa¹ , Rosinei Batista Ribeiro² ,
Ramón Quiza Sardiñas^{1*} 

1. Universidad de Matanzas, Centro de Estudio de Fabricación Avanzada y Sostenible, CEFAS. Matanzas, Cuba.

2. Centro Estadual de Educação Tecnológica Paula Souza, CEETEPS, Unidade de Pós-Graduação, Extensão e Pesquisa. São Paulo, Brasil.

* Autor de correspondencia: ramon.quiza@umcc.cu

Este documento posee una [licencia Creative Commons Reconocimiento-No Comercial 4.0 internacional](#)



Recibido: 2 de enero de 2025

Aceptado: 3 de febrero de 2025

Publicado: 18 de febrero de 2025

Resumen

Este trabajo tuvo como objetivo desarrollar una metodología de optimización basada en el método de entropía cruzada para maximizar el volumen de trabajo de un robot tipo delta, la optimización basada en heurísticas para el diseño geométrico de un robot tipo delta, con el objetivo de maximizar su volumen de trabajo útil. Para ello, se desarrolló un modelo de cinemática inversa que permitió determinar si un punto en el espacio tridimensional es alcanzable, dadas unas dimensiones geométricas específicas del robot. A partir de este modelo, se implementó una función de evaluación que permitió estimar el volumen de trabajo mediante un muestreo tridimensional del espacio, validando punto por punto la factibilidad cinemática. La optimización se llevó a cabo mediante el método de entropía cruzada, una técnica

basada en la generación y adaptación iterativa de distribuciones de probabilidad que guía la búsqueda hacia regiones óptimas del espacio de diseño. Los resultados mostraron una rápida convergencia del algoritmo hacia configuraciones que maximizaron significativamente el volumen alcanzable. La visualización del espacio de trabajo confirmó la continuidad y densidad del volumen logrado. El enfoque propuesto demostró ser eficaz y adaptable, y abre nuevas posibilidades para el diseño automatizado y eficiente de manipuladores paralelos en aplicaciones industriales.

Palabras claves: robot tipo delta, cinemática inversa, optimización del volumen de trabajo útil, entropía cruzada.

Abstract

The aim of this study was to optimise the geometric design of a delta robot using a heuristic-based approach, specifically aimed at maximizing its effective working volume. To achieve this, an inverse kinematics model was developed to determine whether a point in three-dimensional space could be reached, given specific geometric parameters of the robot. Based on this model, an evaluation function was implemented to estimate the working volume through a point-by-point validation process using a three-dimensional sampling of the workspace. The optimisation was performed using the cross-entropy method, an iterative technique that generates and updates probability distributions to efficiently

guide the search toward optimal regions within the design space. The results demonstrated a rapid convergence of the algorithm toward configurations that significantly increased the attainable volume. Visualization of the workspace confirmed the continuity and density of the optimized volume. The proposed method proved to be both effective and flexible, offering new opportunities for the automated and efficient design of parallel manipulators in industrial settings.

Key words: delta-type robot, inverse kinematics, optimisation of useful working volume, cross entropy.

Cómo citar este artículo, norma Vancouver:

Borroto Montesinos D, Pérez Sosa T, Batista Ribeiro R, Quiza Sardiñas R. Optimización del diseño geométrico de un robot tipo delta mediante el método de entropía cruzada. Ingeniería Mecánica. 2025;28:e704. <https://goo.su/bGuyUjZ>

1. Introducción

En la Industria 4.0, el avance constante de la automatización industrial y la creciente demanda de soluciones flexibles, rápidas y precisas para tareas de manipulación han promovido el desarrollo de nuevas arquitecturas robóticas capaces de ofrecer un alto rendimiento dinámico y una manipulación precisa en entornos altamente controlados [1]. En este contexto, los robots paralelos han ganado una notable aceptación debido a sus características estructurales que les permiten alcanzar velocidades y aceleraciones superiores a las de sus

contrapartes seriales, al mismo tiempo que conservan una alta rigidez y precisión. Entre las diversas configuraciones de robots paralelos, el robot tipo delta destaca por su simplicidad estructural, su diseño cinemáticamente simétrico y su eficiencia en tareas que requieren movimientos rápidos y repetitivos en el espacio tridimensional [2].

El robot delta fue introducido originalmente por Clavel en la década de 1980 como una solución para tareas de ensamblaje rápido, y desde entonces ha sido adoptado en diversas industrias, especialmente en la alimentaria, farmacéutica y electrónica, donde la manipulación de objetos pequeños a gran velocidad es crucial. Su estructura básica consiste en una plataforma fija, una plataforma móvil y tres brazos idénticos que conectan ambas plataformas mediante un sistema de eslabones paralelos. Esta arquitectura garantiza un bajo peso móvil, lo que favorece la dinámica del sistema, pero también introduce complejidades significativas en términos de análisis cinemático y optimización geométrica [3].

A pesar de sus ventajas, el rendimiento de un robot delta depende de manera crítica del diseño geométrico de sus componentes. Parámetros como la longitud de los brazos, el radio de la plataforma fija, el radio de la plataforma móvil y la disposición de los motores tienen un impacto directo en el volumen de trabajo del robot, en la forma de dicho volumen y en las zonas accesibles dentro de su espacio operativo [4]. Un diseño inadecuado puede resultar en un robot con zonas de trabajo limitadas o con regiones inaccesibles que restringen su aplicación práctica. Por esta razón, el diseño geométrico óptimo del robot delta se convierte en un problema crucial dentro del proceso de desarrollo [5].

El problema de maximizar el volumen de trabajo útil de un robot delta ha sido abordado en la literatura mediante diversas estrategias [6]. Algunos autores han adoptado métodos de optimización clásicos basados en gradientes, que si bien pueden ofrecer soluciones eficientes en entornos suavemente diferenciables, presentan dificultades cuando el espacio de búsqueda es altamente no lineal y multimodal, como ocurre en el diseño de robots paralelos [7-8]. Otros enfoques han explorado técnicas heurísticas y metaheurísticas, tales como algoritmos genéticos, algoritmos de enjambre de partículas, algoritmos evolutivos y estrategias evolutivas. Estas técnicas permiten una exploración más robusta del espacio de diseño, evitando caer en óptimos locales, pero requieren una adecuada formulación del problema, así como una representación eficiente del volumen de trabajo [9, 10].

En este sentido, uno de los mayores retos que enfrentan las estrategias de optimización aplicadas al diseño del robot delta es la evaluación precisa del volumen de trabajo alcanzable. Este volumen se define como el conjunto de puntos en el espacio tridimensional a los que el efector final del robot puede acceder, considerando tanto las restricciones geométricas como las limitaciones articulares [11]. Determinar este volumen implica resolver la cinemática inversa del robot para una malla tridimensional de puntos y verificar cuáles de estos puntos son físicamente alcanzables sin violar las restricciones del sistema [12]. Este proceso es intensivo computacionalmente y requiere un modelo preciso de la cinemática inversa, así como una función que discrimine con fiabilidad entre configuraciones válidas e inválidas [13].

En la literatura especializada se han propuesto diferentes métodos para la estimación del volumen de trabajo. Algunos emplean discretización cartesiana del espacio de trabajo y verificación punto a punto, mientras que otros aplican métodos basados en Monte Carlo o en análisis geométrico directo. En todos los casos, la precisión del volumen estimado depende de la resolución del muestreo y de la robustez del algoritmo de validación cinemática [14].

Dado este contexto, se hace necesario explorar nuevos métodos de optimización que no solo sean capaces de manejar la complejidad del espacio de diseño y la no linealidad del problema, sino que también puedan adaptarse a formulaciones en las que la función objetivo es costosa de evaluar y no se dispone de una expresión analítica explícita. El método de entropía cruzada (Cross Entropy, CE) representa una alternativa particularmente atractiva en este escenario [15]. Este método, inicialmente propuesto para la estimación de probabilidades raras y posteriormente adaptado a problemas de optimización combinatoria y continua, se basa en una estrategia iterativa de generación de muestras, selección de élite y actualización de una distribución de probabilidad que guía el proceso hacia regiones prometedoras del espacio de diseño [16].

La ventaja fundamental del método de entropía cruzada radica en su capacidad para explorar de manera eficiente espacios de búsqueda de alta dimensión, adaptando progresivamente su distribución de muestreo en función de las muestras de mejor rendimiento obtenidas en iteraciones previas. Esta propiedad lo hace especialmente útil en problemas de diseño donde la función objetivo (en este caso, el volumen de trabajo) solo puede evaluarse mediante simulación o análisis numérico. Además, el método es robusto frente a funciones no diferenciables, discontinuas o ruidosas, lo que lo posiciona como una herramienta poderosa para abordar el diseño óptimo de robots paralelos desde un enfoque estocástico [17].

A pesar de estas ventajas, la aplicación de las heurísticas de optimización al diseño de robots delta no ha sido ampliamente explorada en la literatura. La mayoría de las aplicaciones de estos métodos se han centrado en problemas de control, planificación de trayectorias o selección de parámetros en sistemas dinámicos, dejando relativamente inexplorado su potencial como herramienta de diseño geométrico para manipuladores paralelos [18]. Esta laguna ofrece una oportunidad significativa para investigar su eficacia en este dominio, comparando su rendimiento con otras técnicas y evaluando su capacidad para encontrar configuraciones óptimas de diseño que maximicen el volumen de trabajo útil.

El objetivo principal de este trabajo es desarrollar una metodología de optimización basada en el método de entropía cruzada para maximizar el volumen de trabajo de un robot tipo delta. Para ello, se parte de la modelación precisa de la cinemática inversa del robot, la cual se implementa en una función que permite discriminar entre puntos del espacio alcanzables y no alcanzables, dadas unas dimensiones geométricas iniciales. Sobre esta base, se construye una función objetivo que estima el volumen útil alcanzable mediante una malla tridimensional de prueba. Finalmente, se aplica el método de entropía cruzada para explorar el espacio de parámetros geométricos del robot, identificando aquellas configuraciones que maximizan dicho volumen.

Este trabajo es un resultado del proyecto "Línea piloto de Industria 4.0 para docencia y capacitación", asociado al Programa Sectorial "Educación Superior y Desarrollo Sostenible" del Ministerio de Educación Superior, de la República de Cuba, con el código PS223LH001-071.

2. Métodos y Materiales

2.1. Descripción conceptual del robot delta

Con el propósito de optimizar el diseño, se partió de la modelación cinemática del robot delta (Fig. 1), el cual está compuesto por tres motores que hacen rotar las palancas O_iA_i , $i = 1, 2, 3$; respectivamente. Estas palancas están unidas, en los puntos B_i y C_i , por uniones de bola y enchufe a dos barras B_iD_i y C_iE_i . A su vez, estas palancas están unidas, también por bola y enchufe, a la plataforma hexagonal $D_1E_1D_2E_2D_3E_3$.

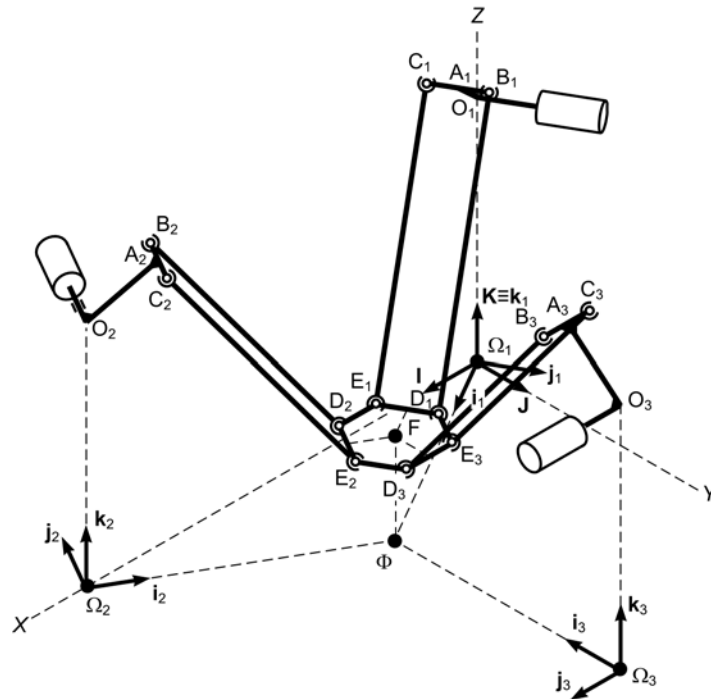


Fig. 1. Esquema cinemático de un robot delta. Fuente: autores

Si se garantiza que $B_iC_i = D_iE_i = B$, y que $B_iD_i = C_iE_i = L$, entonces los cuadriláteros $B_iC_iD_iE_i$, son paralelogramos. Esto, a su vez, hace que la base hexagonal siempre esté en posición horizontal. Las otras dimensiones consideradas del robot fueron la longitud de la manivela $O_iA_i = M$; la distancia entre los puntos de actuación de los motores $O_iO_{i+1} = \Omega_i\Omega_{i+1} = D$; su altura con respecto al plano horizontal base ($\Omega_1\Omega_2\Omega_3$), $\Omega_iO_i = H$; y el radio de la circunferencia circunscrita en el hexágono, $FD_i = FE_i = R$.

Con respecto a los ejes de coordenadas, se estableció un sistema general, con centro en Ω_1 , eje X en dirección $\Omega_1\Omega_2$, eje Y en el plano horizontal base y perpendicular al anterior, y eje Z en dirección vertical, o sea, perpendicular al plano horizontal. Este sistema de coordenadas tiene asociado los versores $\mathbf{I}$, $\mathbf{J}$ y $\mathbf{K}$.

Por comodidad, se definieron, también sistemas de coordenadas para cada uno de los brazos del robot, con centro en Ω_i , eje x_i en dirección $\Omega_i\Phi$, eje y_i sobre el plano horizontal y perpendicular al anterior, y eje z_i en dirección vertical. Los versores de estos sistemas fueron $\mathbf{i}_i$, $\mathbf{j}_i$ y $\mathbf{k}_i$.

Para la transformación de coordenadas entre el sistema general y cada uno de los sistemas auxiliares, de un punto P , arbitrario, se obtuvo la ecuación (1):

$$\mathbf{r}_{Pi} = [\mathbf{T}]_i (\mathbf{R}_P - \mathbf{R}_{\Omega_i}); \quad (1)$$

donde $\mathbf{r}_{Pi}$ es el vector de posición de punto P en el i -ésimo sistema de coordenadas; $\mathbf{R}_P$, el vector de posición del punto P en el sistema de coordenadas general; $\mathbf{R}_{\Omega_i}$, el vector de posición del origen del i -ésimo sistema de coordenadas auxiliar; y $[\mathbf{T}]_i$, la matriz de transformación para el i -ésimo sistema de coordenadas auxiliar. Los orígenes de los sistemas de coordenadas auxiliares estuvieron dados por las ecuaciones (2a), (2b) y (2c):

$$\mathbf{R}_{\Omega_1} = \mathbf{0} \quad (2a)$$

$$\mathbf{R}_{\Omega_2} = D\mathbf{I} \quad (2b)$$

$$\mathbf{R}_{\Omega_1} = \frac{1}{2}D\mathbf{I} + \frac{\sqrt{3}}{2}D\mathbf{J} \quad (2c)$$

Mientras que las matrices de transformación, por las ecuaciones (3a), (3b) y (3c):

$$[\mathbf{T}]_1 = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3a)$$

$$[\mathbf{T}]_2 = \begin{bmatrix} -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3b)$$

$$[\mathbf{T}]_3 = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3c)$$

A partir de los sistemas de coordenadas previamente definidos, se determinan las coordenadas de los puntos, en el análisis cinemático inverso, tal como se explica en las secciones siguientes.

2.2. Análisis cinemático inverso

Para calcular, a partir de la posición del órgano de trabajo (punto F), los ángulos de giro de los motores que controlan el robot (ver Fig. 2), se realizó el análisis cinemático inverso.

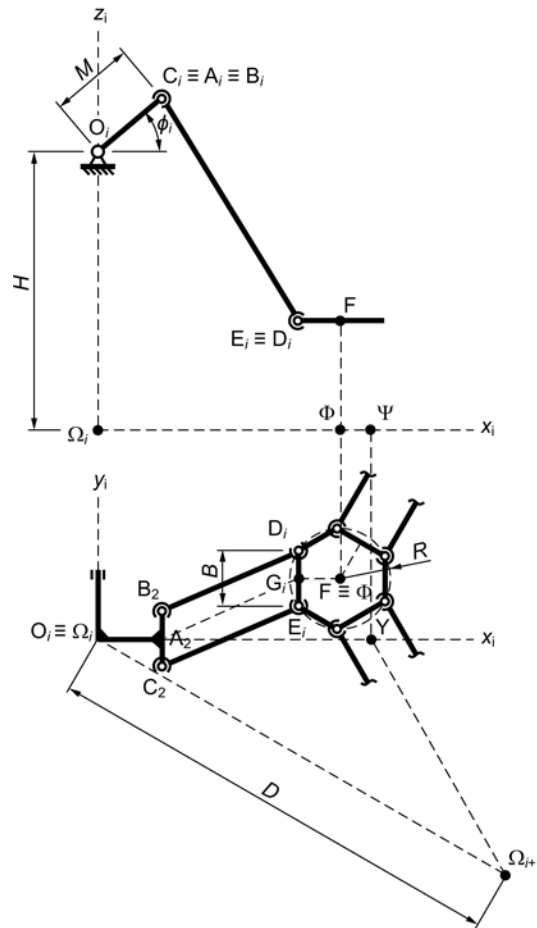


Fig. 2. Representación de un brazo y su sistema de coordenadas auxiliar. Fuente: autores

Para ello, se partió de la condición de que la longitud de las barras de conexión se mantiene constante, en todas las posiciones del motor, ecuación (4):

$$(x_{Ai} - x_{Gi})^2 + (y_{Ai} - y_{Gi})^2 + (z_{Ai} - z_{Gi})^2 = L^2 \quad (4)$$

A partir de la cual, se realizaron las sustituciones y transformaciones correspondientes, llegando a las siguientes ecuaciones (5a), (5b) y (5c):

$$\begin{aligned}
H^2 + M^2 + R^2 - \frac{1}{4}B^2 - L^2 + X_F^2 - \sqrt{3R^2 - \frac{3}{4}B^2}X_F + Y_F^2 - \sqrt{R^2 - \frac{1}{4}B^2}Y_F + Z_F^2 - \dots \\
\dots - 2HZ_F + 2M(H - Z_F)\sin\phi_1 + M(\sqrt{4R^2 - B^2} - \sqrt{3}X_F - Y_F)\cos\phi_1 = 0
\end{aligned} \quad (5a)$$

$$\begin{aligned}
H^2 + M^2 + R^2 - \frac{B^2}{4} + D^2 - D\sqrt{3R^2 - \frac{3}{4}B^2} - L^2 + X_F^2 + (\sqrt{3R^2 - \frac{3}{4}B^2} - 2D)X_F + \dots \\
\dots + Y_F^2 - \sqrt{R^2 - \frac{1}{4}B^2}Y_F + Z_F^2 - 2HZ_F + 2M(H - Z_F)\sin\phi_2 + \dots \\
\dots + M(\sqrt{4R^2 - B^2} - \sqrt{3}D + \sqrt{3}X_F - Y_F)\cos\phi_2 = 0
\end{aligned} \quad (5b)$$

$$\begin{aligned}
H^2 + M^2 + R^2 - \frac{1}{4}B^2 + D^2 - D\sqrt{3R^2 - \frac{3}{4}B^2} - L^2 + \dots \\
\dots + X_F^2 - DX_F + Y_F^2 + (\sqrt{4R^2 - B^2} - \sqrt{3}D)Y_F + Z_F^2 - 2HZ_F + \dots \\
\dots + 2M(H - Z_F)\sin\phi_3 + M(2Y_F + \sqrt{4R^2 - B^2} - \sqrt{3}D)\cos\phi_3 = 0
\end{aligned} \quad (5c)$$

Dado que las expresiones anteriores son ecuaciones trascendentes, su solución no pudo realizarse mediante operaciones algebraicas, sino que se obtuvo mediante métodos numéricos, para lo cual se seleccionó el método de Newton-Raphson [19]. Con este propósito, las ecuaciones (5a), (5b) y (5c) se escribieron según la ecuación (6):

$$f_i(\phi_i) = \Delta_i + \Gamma_i \sin\phi_i + \Phi_i \cos\phi_i = 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (6)$$

-Para la ecuación (5a):

Donde:

$$\Delta_1 = H^2 + M^2 + R^2 - \frac{1}{4}B^2 - L^2 + X_F^2 - \sqrt{3R^2 - \frac{3}{4}B^2}X_F + Y_F^2 - \sqrt{R^2 - \frac{1}{4}B^2}Y_F + Z_F^2 - 2HZ_F$$

$$\Gamma_1 = 2M(H - Z_F)$$

$$\Phi_1 = M(\sqrt{4R^2 - B^2} - \sqrt{3}X_F - Y_F)$$

-De forma similar, para la ecuación (5b):

Donde:

$$\Delta_2 = H^2 + M^2 + R^2 - \frac{1}{4}B^2 + D^2 - D\sqrt{3R^2 - \frac{3}{4}B^2} - L^2 + X_F^2 + (\sqrt{3R^2 - \frac{3}{4}B^2} - 2D)X_F + Y_F^2 - \sqrt{R^2 - \frac{1}{4}B^2}Y_F + Z_F^2 - 2HZ_F$$

$$\Gamma_2 = 2M(H - 2Z_F)$$

$$\Phi_2 = M(\sqrt{4R^2 - B^2} - \sqrt{3}D + \sqrt{3}X_F - Y_F)$$

-Y para la ecuación (5c):

Donde:

$$\Delta_3 = H^2 + M^2 + R^2 - \frac{1}{4}B^2 + D^2 - D\sqrt{3R^2 - \frac{3}{4}B^2} - L^2 + X_F^2 - DX_F + Y_F^2 + (\sqrt{4R^2 - B^2} - \sqrt{3}D)Y_F + Z_F^2 - 2HZ_F$$

$$\Gamma_3 = 2M(H - Z_F)$$

$$\Phi_3 = M(\sqrt{4R^2 - B^2} - \sqrt{3}D + 2Y_F)$$

Para resolver la ecuación (6), se partió de un valor medio, ecuación (7):

$$\phi_i^{(0)} = \pi / 4 \quad (7)$$

Y se calcularon los valores de las iteraciones siguientes a través de las expresiones propias del método, utilizando como criterio de para que la diferencia entre dos valores sucesivos fuera menor que un valor preestablecido, $\varepsilon = \pi/1800$.

2.3. Evaluación del volumen de trabajo

La evaluación del volumen de trabajo del robot tipo delta se realizó mediante una estrategia de muestreo tridimensional del espacio potencialmente alcanzable por el efector final, combinada con la modelación de la cinemática inversa que verifica la factibilidad de alcanzar cada punto.

El procedimiento se estructura en varios niveles. En primer lugar, se definió una resolución de muestreo espacial dada por $\delta = 5$ mm, que representa la distancia entre puntos consecutivos en las tres direcciones espaciales. Se estableció, además, un cilindro de prueba de radio base $\sqrt{3}D/3$, siendo $D = 125$ mm y altura $H = 300$ mm, dentro del cual se analizó el espacio accesible. Los valores anteriores se seleccionaron en función de las dimensiones generales previstas para el robot delta. Como parámetros de diseño se consideraron las longitudes de los brazos, L ; de los eslabones, B ; y de los elementos móviles, M .

La estrategia de muestreo se basó en capas horizontales equiespaciadas a lo largo del eje vertical Z , desde 0 hasta la altura máxima H . En cada plano horizontal, el algoritmo analizó, en primer lugar, el punto central del plano y, luego, un conjunto de puntos distribuidos radialmente alrededor de dicho centro. Estos puntos periféricos se generaron siguiendo una malla concéntrica con resolución radial δ y un número angular creciente proporcional al radio, lo que garantizó una cobertura uniforme y densa a medida que se aleja del centro.

Para cada punto generado, se resolvió la cinemática inversa del robot devolviendo los ángulos de las articulaciones necesarios para alcanzar dicha posición, ϕ_1 , ϕ_2 y ϕ_3 . Si la solución existe y es válida, se consideró que el punto es alcanzable. En ese caso, se incrementó el volumen elemental δ^3 al volumen total.

Este enfoque permitió aproximar el volumen de trabajo como la suma de volúmenes cúbicos correspondientes a todos los puntos alcanzables en una rejilla tridimensional, ponderados por la resolución del muestreo. La estrategia radial empleada para el muestreo horizontal mejoró la eficiencia del algoritmo al reducir la cantidad de puntos redundantes lejos del centro del dominio, y reflejó la simetría inherente al robot tipo delta. Finalmente, el resultado se devolvió con signo negativo, ya que el algoritmo de optimización que utilizará esta función buscará minimizar la salida (lo cual es el proceder habitual cuando se desea maximizar una función con herramientas de minimización).

Esta técnica, aunque computacionalmente intensiva, ofreció una estimación robusta y precisa del volumen de trabajo, sin requerir derivadas. Además, permitió incorporar restricciones cinemáticas reales del robot directamente desde el modelo de cinemática inversa, lo que la convierte en una herramienta ideal para el proceso de optimización geométrica posterior.

2.4. Optimización

Para la optimización, se empleó el método de entropía cruzada, con un tamaño de población de 100, un límite de convergencia de 0,01 y una cantidad máxima de épocas de 200. El resto de los parámetros del algoritmo fueron: factor de suavizado, 0,7; tipo de suavizado, dinámico; factor de suavizado dinámico, 0,7; exponente del suavizado dinámico, 50; y razón de élite, 0,1.

El objetivo de la optimización fue maximizar el volumen de trabajo. Los valores mínimos y máximo de las variables de decisión se tomaron como:

$$20 \text{ mm} \leq B \leq 40 \text{ mm}$$

$$40 \text{ mm} \leq M \leq 80 \text{ mm}$$

$$100 \text{ mm} \leq L \leq 300 \text{ mm}$$

3. Resultados y Discusión

En la figura 3 se muestra la evolución de los valores medios con los límites del intervalo del 90 % de confiabilidad para las variables de decisión (longitudes B , M y L) y la función objetivo (volumen de trabajo). Tal como se puede ver, todas convergen al cabo de un tiempo, sin que, en ningún caso, se alcance el número máximo de iteraciones preestablecido.

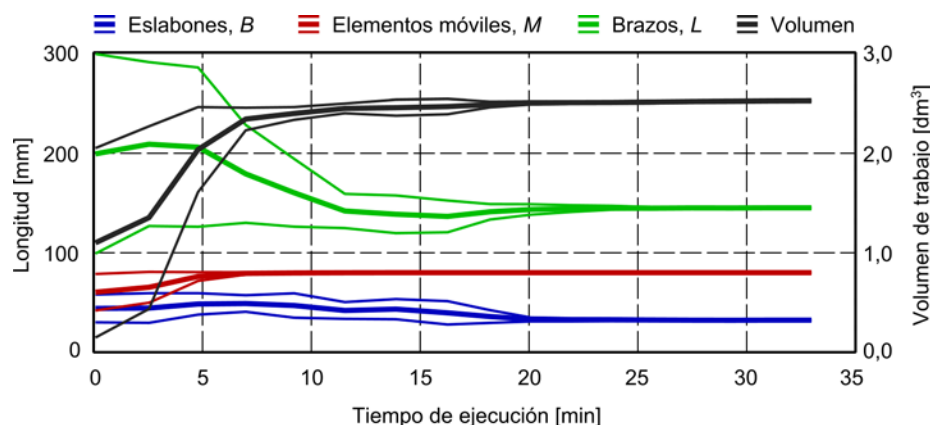


Fig. 3. Proceso de optimización. Fuente: autores

La figura 3 evidencia que el algoritmo de entropía cruzada logró un proceso de optimización eficiente y estable, donde el volumen de trabajo aumentó rápidamente en las etapas iniciales y alcanzó una convergencia clara tras unos 33 min de ejecución. Las variables de diseño convergieron a valores estables con bandas de incertidumbre cada vez más estrechas, lo que valida tanto la robustez del enfoque empleado como la consistencia del modelo cinemático utilizado para evaluar el volumen de trabajo.

Los valores óptimos de las longitudes de los componentes del robot delta, obtenidos a partir del proceso de optimización, fueron:

$$B^* = 32 \text{ mm}$$

$$M^* = 80 \text{ mm}$$

$$L^* = 145 \text{ mm}$$

Las cuales corresponden a un volumen de trabajo de $2,52 \text{ dm}^3$. En la figura 4 se muestra el diagrama del robot delta con las dimensiones optimizadas y la nube de puntos correspondientes al volumen del espacio de trabajo.

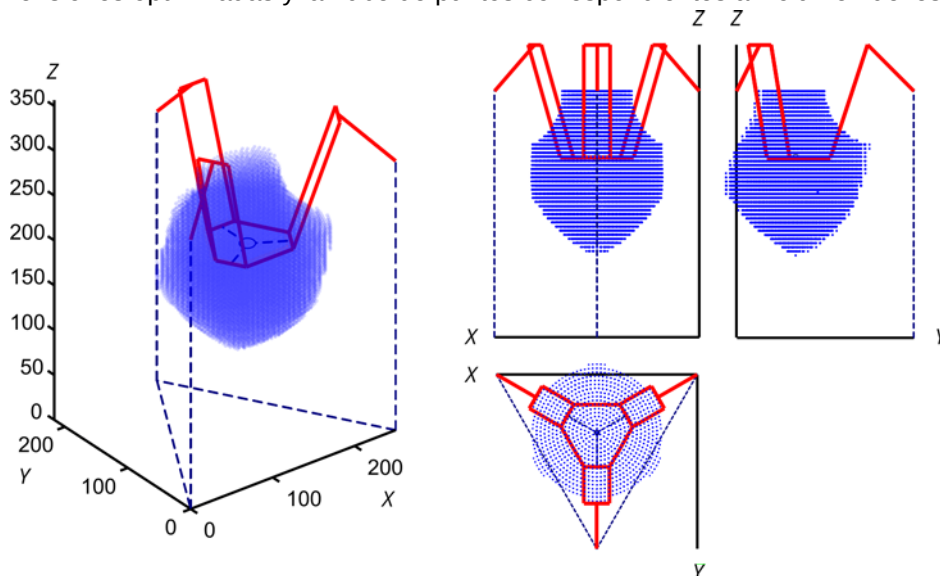


Fig. 4. Diagrama del robot delta optimizado. Fuente: autores

Se evidencia, a partir de este diagrama, que se ha alcanzado un volumen de trabajo amplio, denso y bien distribuido, sin discontinuidades o zonas aisladas, lo cual indica que la configuración geométrica optimizada proporciona un espacio operativo continuo y funcional. Además, la integración visual de la estructura del robot con la nube de puntos facilita la validación de que no existen colisiones internas evidentes y que el diseño mantiene una geometría físicamente realizable. La visualización aporta evidencia empírica de que las dimensiones optimizadas permiten aprovechar al máximo la cinemática del sistema, alcanzando un volumen de trabajo superior en comparación con configuraciones no optimizadas.

Conclusiones

Los resultados obtenidos en este trabajo permiten afirmar que la aplicación del método de entropía cruzada para la optimización geométrica de un robot tipo delta constituye una estrategia eficaz para problemas de diseño donde el objetivo no puede expresarse de forma analítica y debe ser evaluado mediante simulaciones numéricas. En particular, el algoritmo mostró una rápida convergencia hacia configuraciones óptimas, permitiendo maximizar de forma significativa el volumen de trabajo útil del robot. El proceso de optimización evidenció estabilidad y consistencia en los resultados, con una clara reducción de la incertidumbre asociada a las variables de diseño.

Las dimensiones óptimas obtenidas para los componentes del robot (32 mm para los eslabones cortos, 80 mm para los elementos móviles y 145 mm para los brazos) permitieron alcanzar un volumen de trabajo de $2,52 \text{ dm}^3$. Esta configuración se traduce en un espacio operativo continuo, denso y bien distribuido, sin zonas aisladas o discontinuas, lo cual garantiza la funcionalidad práctica del manipulador. Además, la visualización del modelo optimizado y su espacio de trabajo sugiere la ausencia de colisiones internas, validando la factibilidad física y constructiva del diseño propuesto.

Los resultados alcanzados también confirman la validez del modelo cinemático inverso implementado, el cual permitió discriminar con precisión los puntos del espacio tridimensional realmente accesibles por el efector final. La estrategia de muestreo espacial, combinada con la formulación estocástica de la optimización, demostró ser especialmente útil para abordar problemas con múltiples variables de decisión y restricciones geométricas no triviales.

Finalmente, se destaca que la metodología desarrollada abre nuevas perspectivas para el diseño automatizado y eficiente de robots paralelos en contextos industriales exigentes. Su aplicabilidad a otros tipos de manipuladores o configuraciones geométricas, así como su integración con técnicas de análisis estructural o dinámico, representan líneas de investigación futuras con alto potencial de impacto.

Referencias

1. Javaid M, Haleem A, Singh RP, Suman R. Substantial capabilities of robotics in enhancing industry 4.0 implementation. *Cognitive Robotics*. 2021;1:58-75. DOI 10.1016/j.cogr.2021.06.001.
2. Elassal A, Abdelaal M, Osama M, Elhnydy H. Low-cost parallel delta robot for a pick-and-place application with the support of the vision system. *e-Prime - Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy*. 2024;8:100518. DOI 10.1016/j.prime.2024.100518.

3. Zhao A, Toudeshki A, Ehsani R, Sun J-Q. Data-Driven Inverse Kinematics Approximation of a Delta Robot with Stepper Motors. *Robotics*. 2023;12(5):135. DOI 10.3390/robotics12050135.
4. Shen H, Meng Q, Li J, Deng J, Wu G. Kinematic sensitivity, parameter identification and calibration of a non-fully symmetric parallel Delta robot. *Mechanism and Machine Theory*. 2021;161:104311. DOI 10.1016/j.mechmachtheory.2021.104311.
5. Hong J-H, Lim J-H, Lee E, Shin D. The Workspace Analysis of the Delta Robot Using a Cross-Section Diagram Based on Zero Platform. *Machines*. 2024;12(8):583. DOI 10.3390/machines12080583.
6. Kushwaha P, Kumar J, Ajit D, Chauhan A, Jain N, Verma A. Design and Fabrication of Industrial Pick and Place Delta Robot. In: Chaudhary A, Sethi SK, Verma A, editors. *Unraveling New Frontiers and Advances in Bioinformatics*. Singapore: Springer Nature Singapore; 2024. p. 409-23. DOI 10.1007/978-981-97-7123-3_18.
7. Idumudi VSP, Javed A. Kinematic Error Modeling of a Parallelogram Arm of the Delta Robot and Its Dimensional Optimization. In: Rao YVD, Amarnath C, Regalla SP, Javed A, Singh KK, editors. *Advances in Industrial Machines and Mechanisms*; 2021; Singapore: Springer Singapore; 2021. https://link.springer.com/chapter/10.1007/978-981-16-1769-0_13
8. Oarcea A, Popister F, Stan SD, Cobilean V. Comparative study of CAD optimization features for the workspace of 3DOF Parallel Robot. In: 9th International Conference on Modern Power Systems (MPS); 2021. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/9492529/>
9. Haas L, Wölfler R, Kuba M, Zeh T. Optimisation of a Delta Robot Using Machine Learning. In: 3rd International Conference on Electrical, Computer, Communications and Mechatronics Engineering (ICECCME); 2023. <https://doi.org/10.1109/ICECCME57830.2023.10252507>
10. Hu Y, Liu H, Hu C, Zhang J. An Improved Ant Colony Algorithm Based Dynamic Sorting Strategy: Application to Delta Robot. In: 5th World Conference on Mechanical Engineering and Intelligent Manufacturing (WCMEIM); 2022. <https://doi.org/10.1109/WCMEIM56910.2022.10021567>
11. Shehata M, Elshami M, Bai Q, Zhao X. Parameter Estimation for Multibody System Dynamic Model of Delta Robot From Experimental Data. *IFAC-PapersOnLine*. 2021;54(14):72-7. DOI 10.1016/j.ifacol.2021.10.331.
12. Aboulissane B, Haiek DE, Bakkali LE, Bahaoui JE. On The Workspace Optimization of Parallel Robots Based on CAD Approach. *Procedia Manufacturing*. 2019;32:1085-92. DOI 10.1016/j.promfg.2019.03.065.
13. Alvares SC, Mannam P, Kroemer O, Temel FZ. DeltaZ: An Accessible Compliant Delta Robot Manipulator for Research and Education. In: *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*; 2022. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/9981257/>
14. Moustiris GP, Tzafestas CS. Modelling and Analysis of a Parallel Double Delta Mechanism for Robotic Surgery. In: 30th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED); 2022. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/9837231/>
15. Rubinstein R. The Cross-Entropy Method for Combinatorial and Continuous Optimization. *Methodology And Computing In Applied Probability*. 1999;1(2):127-90. DOI 10.1023/A:1010091220143.
16. Tang R, Fong S, Dey N, Wong RK, Mohammed S. Cross Entropy Method Based Hybridization of Dynamic Group Optimization Algorithm. *Entropy*. 2017;19(10):533. DOI 10.3390/e19100533.
17. Singh K, Ahmed F, Esselle KP, Thalakituna D. Cross-Entropy Method for Combinatorial Mixed-Parameter Optimization of Waveguide Polarizers for Ku-Band. In: 5th International Conference on Communications, Signal Processing, and their Applications (ICCSA); 2022. <https://ieeexplore.ieee.org/abstract/document/10019127/>
18. Yang C, Ye W, Li Q. Review of the performance optimization of parallel manipulators. *Mechanism and Machine Theory*. 2022;170:104725. DOI 10.1016/j.mechmachtheory.2022.104725.
19. Casella F, Bachmann B. On the choice of initial guesses for the Newton-Raphson algorithm. *Applied Mathematics and Computation*. 2021;398:125991. DOI 10.1016/j.amc.2021.125991.

Editor:

Alberto J. Rodríguez Piñeiro.

Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría

Conflicto de intereses

Los autores declaran que no existen conflictos de intereses

Contribución de los autores

Dayron Borroto Montesino.

Participó en la recopilación de datos e informaciones, en el diseño teórico y de investigación, software, metodología, visualización, y en en la revisión crítica de su contenido, redacción y aprobación del trabajo final.

Teresa Pérez Sosa.

Participó en el análisis formal, organización, ordenamiento, además de figuras y tablas a colocar, según los estándares establecidos para el artículo, así como contribuyó en criterios, análisis y valoraciones de puntos, referidos a temas del trabajo para su mejora, y en la revisión crítica de su contenido, redacción y aprobación del trabajo final.

Rosinei Batista Ribeiro.

Trabajó en la recopilación de datos e informaciones, en el diseño teórico y de investigación, en la actualización de datos técnicos usados en el artículo, así como la búsqueda y en la redacción y aprobación del trabajo final.

Ramón Quiza Sardiñas.

Trabajó en el diseño de la investigación, en el análisis formal, organización y ordenamiento de datos, en la metodología de solucionar el problema técnico, conceptualización, supervisión y en la revisión crítica de su contenido, redacción y aprobación del trabajo final.